

ETAP SZKOLNY ZAWODÓW MATEMATYCZNYCH
KLASY III Liceum
Rok szkolny 2004/2005

Zadanie 1 (2 pkt)

Wykaż, że liczba:

$$\sqrt{43 + 30\sqrt{2}} + \sqrt{43 - 30\sqrt{2}} \quad \text{jest wymierna.}$$

Zadanie 2 (3 pkt)

Udowodnij, że w trójkącie równoramiennym suma odległości dowolnego punktu podstawy od ramion trójkąta jest równa wysokości poprowadzonej do ramienia tego trójkąta.

Zadanie 3 (3 pkt)

Oblicz resztę z dzielenia wielomianu: $W(x) = x^{2005} + 1$

przez wielomian: $P(x) = x^2 - 1$

Zadanie 4 (3 pkt)

Rozwiąż równanie:

$$\cos x + \cos^2 x + \cos^3 x + \dots = 1 \quad \text{dla} \quad x \in (-\pi; \pi)$$

którego lewa strona jest sumą nieskończonego ciągu geometrycznego.

Zadanie 5 (4 pkt)

Wyznacz równanie prostej przechodzącej przez punkt $P = (0, 1)$ wiedząc, że P jest środkiem odcinka wyciętego z tej prostej przez proste o równaniach:

$$x - 3y + 1 = 0 \quad \text{i} \quad 2x + y - 8 = 0$$

Zadanie 6 (5 pkt)

Wykaż, że dla każdego m całkowitego liczba

$$m(m+1)(m+2)(m+3)+1$$

jest kwadratem liczby całkowitej.

ŻYCZYMY POWODZENIA!!!