

Miejsce na identyfikację szkoły

# ARKUSZ PRÓBNEJ MATURY Z OPERONEM MATEMATYKA

POZIOM PODSTAWOWY

**Czas pracy: 170 minut**

**LISTOPAD  
2013**

## Instrukcja dla zdającego

1. Sprawdź, czy arkusz egzaminacyjny zawiera 16 stron (zadania 1.–33.). Ewentualny brak zgłoś przewodniczącemu zespołu nadzorującego egzamin.
2. Rozwiązania zadań i odpowiedzi zapisz w miejscu na to przeznaczonym.
3. W zadaniach zamkniętych (1.–24.) zaznacz poprawną odpowiedź.
4. W rozwiązaniach zadań otwartych (25.–33.) przedstaw tok rozumowania prowadzący do ostatecznego wyniku.
5. Pisz czytelnie. Używaj długopisu/pióra tylko z czarnym tuszem/atramentem.
6. Nie używaj korektora, a błędne zapisy wyraźnie przekreśl.
7. Zapisy w brudnopisie nie będą oceniane.
8. Obok numeru każdego zadania podana jest maksymalna liczba punktów możliwych do uzyskania.
9. Możesz korzystać z zestawu wzorów matematycznych, cyrkla i linijki oraz kalkulatora.

***Życzymy powodzenia!***

Za rozwiązanie wszystkich zadań można otrzymać łącznie **50 punktów**.

Wpisuje zdający przed rozpoczęciem pracy

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|

**PESEL ZDAJĄCEGO**

|  |  |  |
|--|--|--|
|  |  |  |
|--|--|--|

**KOD  
ZDAJĄCEGO**

## ZADANIA ZAMKNIĘTE

W zadaniach od 1. do 24. wybierz i zaznacz jedną poprawną odpowiedź.

### Zadanie 1. (1 pkt)

Suma liczby odwrotnej do liczby  $-4\frac{3}{5}$  i liczby przeciwnej do liczby  $\frac{18}{23}$  jest równa:

- A.  $-1$                       B.  $0$                       C.  $-\frac{21}{23}$                       D.  $1$

### Zadanie 2. (1 pkt)

Wartość wyrażenia  $\frac{1}{2}\log_3 15 - \log_3 \sqrt{5}$  jest równa:

- A.  $-1$                       B.  $\log_3 3\sqrt{5}$                       C.  $\frac{1}{2}$                       D.  $1$

### Zadanie 3. (1 pkt)

Suma przedziałów  $(-\infty, -11) \cup (7, +\infty)$  jest zbiorem rozwiązań nierówności:

- A.  $|x+1| > 10$                       B.  $|x+2| > 9$                       C.  $|x-2| > 11$                       D.  $|x+1| < 10$

### Zadanie 4. (1 pkt)

Niech  $k = 2 - 3\sqrt{2}$ , zaś  $m = 1 - \sqrt{2}$ . Wówczas wartość wyrażenia  $k^2 - 12m$  jest równa:

- A.  $21 + 12\sqrt{2}$                       B.  $21 - 12\sqrt{2}$                       C.  $10$                       D.  $34$

### Zadanie 5. (1 pkt)

Liczba  $a$  stanowi 40% liczby  $b$ . Wówczas:

- A.  $b = 0,4a$                       B.  $b = 0,6a$                       C.  $b = 2,5a$                       D.  $b = 0,25a$

### Zadanie 6. (1 pkt)

Dziedzina funkcji  $f(x) = \frac{x+3}{x^3+4x}$  jest zbiór:

- A.  $\mathbb{R} \setminus \{-4, 0\}$                       B.  $\mathbb{R} \setminus \{0\}$                       C.  $\mathbb{R}$                       D.  $\mathbb{R} \setminus \{-2, 0, 2\}$

### Zadanie 7. (1 pkt)

Proste o równaniach  $-3y - mx + 12 = 0$  oraz  $y = 6x - 12$  są prostopadłe dla  $m$  równego:

- A.  $\frac{1}{2}$                       B.  $-18$                       C.  $-\frac{1}{2}$                       D.  $6$

**BRUDNOPIS** (*nie podlega ocenie*)



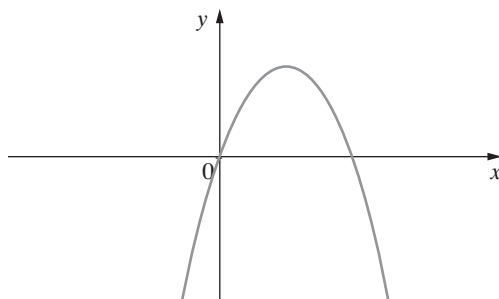
**Zadanie 8. (1 pkt)**

Zbiorem wartości funkcji  $f(x) = -2(x+3)(x-4)$  jest przedział:

- A.  $\left(-\infty, 24\frac{1}{2}\right)$       B.  $\left(-24\frac{1}{2}, +\infty\right)$       C.  $\left(24\frac{1}{2}, +\infty\right)$       D.  $\left(-25\frac{1}{2}, +\infty\right)$

**Zadanie 9. (1 pkt)**

Na wykresie przedstawiony jest trójmian  $y = ax^2 + bx + c$ .



Wynika z tego, że:

- A.  $b < 0$       B.  $b > 0$       C.  $b \leq 0$       D.  $b \geq 0$

**Zadanie 10. (1 pkt)**

Wielomian  $W(x)$  jest stopnia czwartego. Pierwiastkiem dwukrotnym tego wielomianu jest liczba  $-1$ . Po rozłożeniu na czynniki wielomian ten może być postaci:

- A.  $-2(x-1)^2(x^2+1)$       B.  $(x+1)^2(x-4)$   
C.  $-(x+1)^2(x^2+3)$       D.  $(x-1)(x+1)(x+2)(x-3)$

**Zadanie 11. (1 pkt)**

Liczba różnych rozwiązań równania  $\frac{(x+3)(x^2-4)}{x^2+2x} = 0$  wynosi:

- A. 5      B. 4      C. 3      D. 2

**Zadanie 12. (1 pkt)**

Dana jest funkcja  $h(x) = \left(-\frac{1}{3}m + 2\right)x + \frac{3}{2}m - 1$ . Funkcja ta dla argumentu 0 przyjmuje wartość 5. Wówczas:

- A.  $m = 9$       B.  $m = 6$       C.  $m = 4$       D.  $m = 2$

**Zadanie 13. (1 pkt)**

Ciąg  $(b_n)$  określony jest wzorem  $b_n = (-1)^{2n+3}(n+1)$ . Suma dwóch pierwszych wyrazów tego ciągu jest równa:

- A.  $-5$       B.  $-1$       C.  $1$       D.  $5$

**BRUDNOPIS** (*nie podlega ocenie*)



**Zadanie 14. (1 pkt)**

W ciągu arytmetycznym piąty wyraz jest równy 8, zaś siódmy wyraz tego ciągu jest równy 14. Dziesiąty wyraz tego ciągu jest równy:

- A. 21                      B. 23                      C. 24                      D. 3

**Zadanie 15. (1 pkt)**

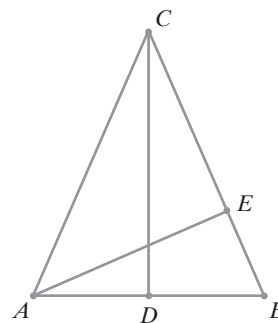
Pan Nowak wpłacił do banku  $k$  zł na procent składany. Oprocentowanie w tym banku wynosi 4% w skali roku, a odsetki kapitalizuje się co pół roku. Po 6 latach oszczędzania Pan Nowak zgromadzi na koncie kwotę:

- A.  $k(1 + 0,02)^{12}$  zł                      B.  $k(1 + 0,04)^{12}$  zł  
C.  $k(1 + 0,02)^6$  zł                      D.  $k(1 + 0,4)^6$  zł

**Zadanie 16. (1 pkt)**

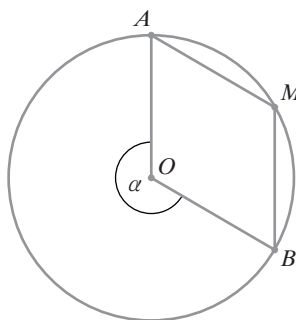
W trójkącie równoramiennym  $ABC$  (rys.) o wysokościach  $CD$  i  $AE$  podstawa  $AB$  ma długość 8 cm, a odcinek  $BE$  ma długość 3 cm. Długość odcinka  $AC$  jest równa:

- A. 6 cm                      B.  $\frac{32}{3}$  cm  
C.  $\frac{28}{3}$  cm                      D.  $\frac{33}{2}$  cm



**Zadanie 17. (1 pkt)**

W czworokącie  $OBMA$  kąty wewnętrzne  $AOB$  i  $AMB$  mają równe miary (rys.).



Wówczas kąt  $\alpha$  ma miarę:

- A.  $160^\circ$                       B.  $120^\circ$                       C.  $240^\circ$                       D.  $210^\circ$

**Zadanie 18. (1 pkt)**

W trójkącie prostokątnym długość jednej z przyprostokątnych jest równa 7, zaś długość przeciwprostokątnej jest równa 8. Zatem tangens mniejszego kąta ostrego w tym trójkącie jest równy:

- A.  $\frac{15}{7}$                       B.  $\frac{8}{15}$                       C.  $\frac{\sqrt{15}}{7}$                       D.  $\frac{7\sqrt{15}}{15}$

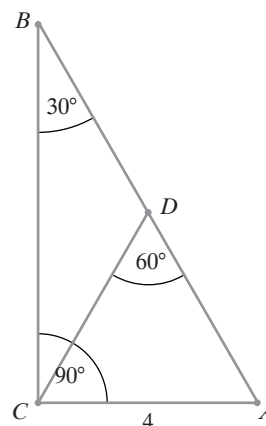
**BRUDNOPIS** (*nie podlega ocenie*)



**Zadanie 19. (1 pkt)**

Długość odcinka  $BD$  w trójkącie prostokątnym  $ABC$  (rys.) jest równa:

- A.  $\frac{9\sqrt{3}}{4}$
- B. 4
- C.  $4\sqrt{3}$
- D.  $4\sqrt{2}$



**Zadanie 20. (1 pkt)**

Pole koła wpisanego w trójkąt równoboczny jest równe  $\frac{16}{3}\pi$ . Obwód tego trójkąta jest równy:

- A.  $12\sqrt{3}$
- B. 24
- C. 12
- D. 36

**Zadanie 21. (1 pkt)**

Długość okręgu opisanego równaniem  $x^2 - 4x + y^2 - 4 = 0$  jest równa:

- A.  $4\sqrt{2}\pi$
- B.  $4\pi$
- C.  $2\sqrt{2}\pi$
- D.  $8\sqrt{2}\pi$

**Zadanie 22. (1 pkt)**

Punkty  $A = (-2, 4)$  i  $C = (-6, 2)$  są przeciwległymi wierzchołkami kwadratu  $ABCD$ . Zatem promień okręgu opisanego na tym kwadracie jest równy:

- A. 10
- B. 2
- C.  $\sqrt{5}$
- D.  $\sqrt{10}$

**Zadanie 23. (1 pkt)**

Ze zbioru liczb  $\{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 14, 15\}$  wybieramy losowo jedną liczbę. Prawdopodobieństwo, że wybierzemy liczbę, której dzielnikiem jest liczba 3, wynosi:

- A.  $\frac{5}{9}$
- B.  $\frac{4}{9}$
- C.  $\frac{1}{3}$
- D.  $\frac{2}{3}$

**Zadanie 24. (1 pkt)**

W ostrosłupie prawidłowym czworokątnym objętość jest równa 32, zaś krawędź podstawy jest równa 4. Wysokość tego ostrosłupa jest równa:

- A.  $\frac{2}{3}$
- B.  $\frac{4}{3}$
- C. 2
- D. 6



**BRUDNOPIS** (*nie podlega ocenie*)





**Zadanie 27. (2 pkt)**

Wykaż, że trapez, w którym przekątne dzielą kąty przy dłuższej podstawie na połowy, jest równoramienny.



Odpowiedź: .....

**Zadanie 28. (2 pkt)**

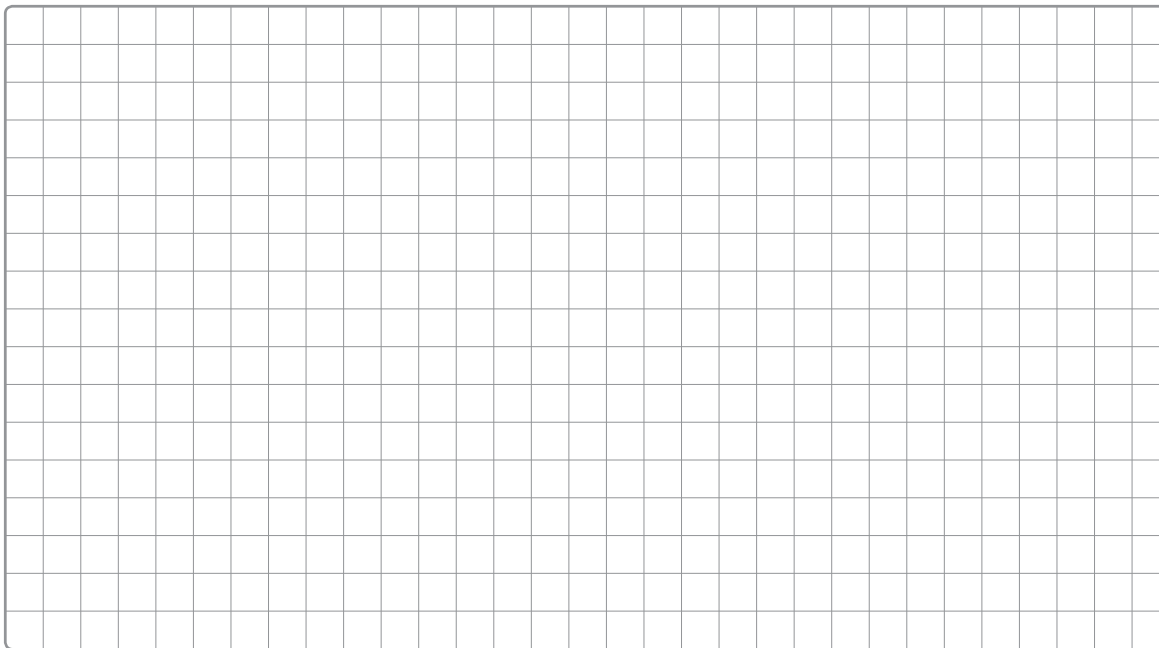
Maszt telekomunikacyjny rzuca cień, który jest 2 razy krótszy niż wysokość masztu. Oblicz cosinus kąta, pod jakim padają promienie słoneczne.



Odpowiedź: .....

**Zadanie 29. (2 pkt)**

Dwa okręgi są styczne zewnętrznie. Odległość ich środków jest równa 8 cm. Gdyby te okręgi były styczne wewnętrznie, to odległość ich środków byłaby równa 2 cm. Oblicz długości promieni tych okręgów.



Odpowiedź: .....

**Zadanie 30. (2 pkt)**

Dany jest trójkąt  $ABC$ , gdzie  $A = (-3, -2)$ ,  $B = (1, -1)$ ,  $C = (-1, 4)$ . Wyznacz równanie symetralnej boku  $AC$  tego trójkąta.



Odpowiedź: .....

**Zadanie 31. (4 pkt)**

Uczeń przygotowujący się do matury w ciągu pierwszego tygodnia rozwiązał 5 zadań. Postanowił jednak, że w każdym następnym tygodniu będzie rozwiązywał o 2 zadania więcej niż w poprzednim tygodniu. W którym tygodniu liczba zadań rozwiązanych przez niego od początku nauki przekroczy 480?

A large rectangular grid of graph paper, consisting of 30 columns and 30 rows of small squares, intended for the student to show their calculations.

Odpowiedź: .....

**Zadanie 32. (5 pkt)**

W graniastosłupie prawidłowym czworokątnym wysokość graniastosłupa jest o 4 krótsza od przekątnej podstawy i o 8 krótsza od przekątnej graniastosłupa. Oblicz sinus kąta pomiędzy przekątną graniastosłupa a płaszczyzną podstawy.



Odpowiedź: .....

**Zadanie 33. (5 pkt)**

Ojciec i syn zbierają w sadzie jabłka do skrzynek, które wkładają do samochodu dostawczego. Pracując jednocześnie, mogą załadować cały samochód w ciągu 6 godzin. Gdyby ojciec pracował sam, to załadowałby cały samochód w czasie o 5 godzin krótszym niż czas, w którym samodzielnie zrobiłby to syn. Oblicz, w jakim czasie ojciec załadowałby cały samochód, gdyby pracował sam.

Odpowiedź: .....

**BRUDNOPIS** (*nie podlega ocenie*)

