

# Przedmiot: Matematyka

## CELE KSZTAŁCENIA - WYMAGANIA OGÓLNE (zawarte w podstawie programowej)

| ZAKRES PODSTAWOWY                                                                              | ZAKRES ROZSZERZONY                                                                         |
|------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------|
| I. Wykorzystywanie i tworzenie informacji.                                                     |                                                                                            |
| Uczeń interpretuje tekst matematyczny.<br>Po rozwiązaniu zadania interpretuje otrzymany wynik. | Uczeń używa języka matematycznego do opisu rozumowania i uzyskanych wyników.               |
| II. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji.                                             |                                                                                            |
| Uczeń używa prostych, dobrze znanych obiektów matematycznych.                                  | Uczeń rozumie i interpretuje pojęcia matematyczne oraz operuje obiektami matematycznymi.   |
| III. Modelowanie matematyczne.                                                                 |                                                                                            |
| Uczeń dobiera model matematyczny do prostej sytuacji i krytycznie ocenia trafność modelu.      | Uczeń buduje model matematyczny danej sytuacji, uwzględniając ograniczenia i zastrzeżenia. |
| IV. Użycie i tworzenie strategii.                                                              |                                                                                            |
| Uczeń stosuje strategię, która jasno wynika z treści zadania.                                  | Uczeń tworzy strategię rozwiązania problemu.                                               |
| V. Rozumowanie i argumentacja.                                                                 |                                                                                            |
| Uczeń prowadzi proste rozumowanie, składające się z niewielkiej liczby kroków.                 | Uczeń tworzy łańcuch argumentów i uzasadnia jego poprawność.                               |

## CELE KSZTAŁCENIA - WYMAGANIA SZCZEGÓŁOWE (zawarte w podstawie programowej)

| Hasła programowe                                                             | Wymagania szczegółowe. Uczeń:                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |
|------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Liczby rzeczywiste                                                           |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |
| <ul style="list-style-type: none"><li>Liczby naturalne i całkowite</li></ul> | <ul style="list-style-type: none"><li>podaje przykłady liczb pierwszych, parzystych i nieparzystych;</li><li>stosuje cechy podzielności liczby przez 2, 3, 5, 9;</li><li>wypisuje dzielniki danej liczby naturalnej;</li><li>wykonuje dzielenie z resztą liczb naturalnych;</li><li>oblicza NWD i NWW dwóch liczb naturalnych;</li><li>przeprowadza dowody twierdzeń dotyczących podzielności liczb, np.: „Uzasadnij, że suma trzech kolejnych liczb naturalnych podzielnych przez 3 jest podzielna przez 9.”</li><li>rozpoznaje wśród podanych liczb liczby całkowite.</li></ul> |

|                                                                                                                                        |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <ul style="list-style-type: none"> <li>Liczby wymierne i niewymierne</li> </ul>                                                        | <ul style="list-style-type: none"> <li>rozpoznaje wśród podanych liczb liczby wymierne</li> <li>oblicza wartości wyrażeń arytmetycznych (wymiernych);</li> <li>wskazuje wśród podanych liczb liczby niewymierne;</li> <li>szacuje wartości nieskomplikowanych wyrażeń arytmetycznych zawierających liczby niewymierne;</li> <li>wykazuje, dobierając odpowiednio przykłady, że suma, różnica, iloczyn oraz iloraz liczb niewymiernych nie musi być liczbą niewymierną.</li> </ul>                                                                                                                                                                                                                     |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>Rozwinięcie dziesiętne liczby rzeczywistej. Błąd względny i bezwzględny przybliżenia</li> </ul> | <ul style="list-style-type: none"> <li>wskazuje wśród podanych liczb w postaci dziesiętnej liczby wymierne oraz niewymierne;</li> <li>wyznacza rozwinięcie dziesiętne ułamków zwykłych;</li> <li>wyznacza wskazaną cyfrę po przecinku liczby podanej w postaci rozwinięcia dziesiętnego okresowego;</li> <li>przedstawia liczbę podaną w postaci ułamka dziesiętnego (skończonego lub nieskończonego okresowego) w postaci ułamka zwykłego;</li> <li>zaokrągla liczbę z podaną dokładnością;</li> <li>oblicza błąd przybliżenia danej liczby oraz ocenia, jakie jest to przybliżenie – z nadmiarem czy niedomiarem;</li> <li>oblicza błąd bezwzględny i błąd względny przybliżenia liczby.</li> </ul> |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>Pierwiastek z liczby nieujemnej.<br/>Pierwiastek nieparzystego stopnia</li> </ul>               | <ul style="list-style-type: none"> <li>oblicza wartość pierwiastka dowolnego stopnia z liczby nieujemnej;</li> <li>wyłącza czynnik przed znak pierwiastka;</li> <li>włącza czynnik pod znak pierwiastka;</li> <li>wyznacza wartości wyrażeń arytmetycznych zawierających pierwiastki, stosując prawa działań na pierwiastkach;</li> <li>oblicza wartość pierwiastka nieparzystego stopnia z liczby rzeczywistej;</li> <li>wyznacza wartości wyrażeń arytmetycznych zawierających pierwiastki nieparzystego stopnia z liczb rzeczywistych, stosując prawa działań na pierwiastkach</li> </ul>                                                                                                          |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>Potęga o wykładniku całkowitym i wymiernym</li> </ul>                                           | <ul style="list-style-type: none"> <li>oblicza wartość potęgi liczby o wykładniku naturalnym i całkowitym ujemnym;</li> <li>stosuje twierdzenia o działaniach na potęgach do obliczania wartości wyrażeń;</li> <li>stosuje twierdzenia o działaniach na potęgach do upraszczania wyrażeń algebraicznych</li> <li>oblicza wartość potęgi liczby o wykładniku wymiernym;</li> <li>stosuje prawa działań na potęgach o wykładniku wymiernym;</li> <li>wykorzystuje podstawowe własności potęg (również w zagadnieniach związanych z innymi dziedzinami wiedzy, np. fizyką, chemią, informatyką).</li> </ul>                                                                                              |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>Liczby rzeczywiste</li> </ul>                                                                   | <ul style="list-style-type: none"> <li>przedstawia liczby rzeczywiste w różnych postaciach (np. ułamka zwykłego, ułamka dziesiętnego okresowego, z użyciem symboli pierwiastków, potęg).</li> </ul>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>Notacja wykładnicza</li> </ul>                                                                  | <ul style="list-style-type: none"> <li>zapisuje i odczytuje liczbę w notacji wykładniczej;</li> <li>wykonuje działania na liczbach zapisanych w notacji wykładniczej.</li> </ul>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>Rachunek algebraiczny</li> </ul>                                                                | <ul style="list-style-type: none"> <li>mnoży sumę algebraiczną przez sumę algebraiczną;</li> </ul>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |

|                                                                                                      |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|                                                                                                      | <ul style="list-style-type: none"> <li>przekształca wzory, oblicza zadaną wielkość ze wzoru.</li> </ul>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>Wzory skróconego mnożenia</li> </ul>                          | <ul style="list-style-type: none"> <li>używa wzorów skróconego mnożenia na <math>(a \pm b)^2</math>, <math>a^2 - b^2</math>, <math>(a \pm b)^3</math> oraz <math>a^3 \pm b^3</math>;</li> <li>przekształca wyrażenie algebraiczne z zastosowaniem wzorów skróconego mnożenia;</li> <li>stosuje wzory skróconego mnożenia do wykonywania działań na liczbach postaci <math>a + b\sqrt{c}</math>;</li> <li>stosuje wzory skróconego mnożenia do wykonywania działań na liczbach zapisanych z użyciem symboli pierwiastków i potęg.</li> </ul>                                                                                          |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>Usuwanie niewymierności mianownika ułamka.</li> </ul>         | <ul style="list-style-type: none"> <li>usuwa niewymierność z mianownika ułamka.</li> </ul>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>Procenty</li> </ul>                                           | <ul style="list-style-type: none"> <li>wykonuje obliczenia procentowe: oblicza, jakim procentem jednej liczby jest druga liczba, wyznacza liczbę, gdy dany jest jej procent, zmniejsza i zwiększa liczbę o dany procent;</li> <li>interpretuje pojęcia procentu i punktu procentowego;</li> <li>oblicza podatki, zysk z lokat (również złożonych na procent składany i na okres krótszy niż rok).</li> </ul>                                                                                                                                                                                                                         |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>Logarytm.<br/>Działania na logarytmach</li> </ul>             | <ul style="list-style-type: none"> <li>wykorzystuje definicję logarytmu;</li> <li>stosuje w obliczeniach wzory na logarytm iloczynu, logarytm ilorazu, logarytm potęgi i wzór na zamianę podstawy logarytmu.</li> </ul>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |
| <b>Język matematyki</b>                                                                              |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>Zbiory.<br/>Działania na zbiorach.</li> </ul>                 | <ul style="list-style-type: none"> <li>posługuje się pojęciami: zbiór, podzbiór, zbiór pusty, zbiór skończony, zbiór nieskończony;</li> <li>wymienia elementy danego zbioru oraz elementy nienależące do niego;</li> <li>opisuje słownie i symbolicznie dany zbiór;</li> <li>określa relację zawierania zbiorów;</li> <li>wyznacza iloczyn, sumę oraz różnicę danych zbiorów;</li> <li>zapisuje symbolicznie działania na zbiorach;</li> <li>przedstawia na diagramie zbiór, który jest wynikiem działań na trzech dowolnych zbiorach.</li> </ul>                                                                                    |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>Przedziały.<br/>Działania na przedziałach</li> </ul>          | <ul style="list-style-type: none"> <li>posługuje się pojęciem przedziału liczbowego;</li> <li>rozdziela pojęcia: przedział otwarty, domknięty, lewostronnie domknięty, prawostronnie domknięty, nieograniczony;</li> <li>zaznacza przedział na osi liczbowej;</li> <li>odczytuje i zapisuje symbolicznie przedział zaznaczony na osi liczbowej;</li> <li>wymienia liczby należące do przedziału, spełniające zadane warunki;</li> <li>wyznacza iloczyn, sumę i różnicę przedziałów oraz zaznacza je na osi liczbowej;</li> <li>wyznacza iloczyn, sumę i różnicę różnych zbiorów liczbowych oraz zapisuje je symbolicznie.</li> </ul> |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>Wprowadzenie do logiki.<br/>Rodzaje zdań złożonych</li> </ul> | <ul style="list-style-type: none"> <li>rozdziela pojęcia: zdanie logiczne, alternatywa, koniunkcja, implikacja, równoważność zdań;</li> </ul>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |

|                                                                                                                             |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|                                                                                                                             | <ul style="list-style-type: none"> <li>• potrafi zapisać symbolicznie poznane pojęcia;</li> <li>• potrafi podać wartość logiczną zdania.</li> </ul>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>Zaprzeczenie zdań złożonych</b></li> </ul>                                      | <ul style="list-style-type: none"> <li>• potrafi podać negację zdania prostego;</li> <li>• potrafi podać zaprzeczenie alternatywy, koniunkcji i implikacji;</li> <li>• zna podstawowe prawa rachunku zdań.</li> </ul>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>Formy zdaniowe. Kwantyfikatory</b></li> </ul>                                   | <ul style="list-style-type: none"> <li>• rozróżnia pojęcia: forma zdaniowa, dziedzina formy zdaniowej, element spełniający formę zdaniową, kwantyfikator ogólny i szczegółowy;</li> <li>• zapisuje kwantyfikatory za pomocą symboli.</li> </ul>                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>Zaprzeczenie zdania z kwantyfikatorem. Kwadrat logiczny twierzeń</b></li> </ul> | <ul style="list-style-type: none"> <li>• potrafi podać i zapisać symbolicznie zaprzeczenie zdania z kwantyfikatorem;</li> <li>• potrafi podać i zapisać twierdzenie odwrotne, przeciwne i przeciwstawne do danego.</li> </ul>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• <i>Wartość bezwzględna - definicja i własności</i></li> </ul>                      | <ul style="list-style-type: none"> <li>• oblicza wartość bezwzględną danej liczby;</li> <li>• stosuje podstawowe własności wartości bezwzględnej;</li> <li>• korzystając z własności wartości bezwzględnej, upraszcza wyrażenia z wartością bezwzględną.</li> </ul>                                                                                                                                                                                                                                                                                     |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• Interpretacja geometryczna wartości bezwzględnej</li> </ul>                        | <ul style="list-style-type: none"> <li>• wykorzystuje pojęcie wartości bezwzględnej i jej interpretację geometryczną;</li> <li>• zaznacza na osi liczbowej zbiory opisane za pomocą równań i nierówności typu: <math> x - a  = b</math>, <math> x - a  &lt; b</math>, <math> x - a  \geq b</math>.</li> </ul>                                                                                                                                                                                                                                           |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• Równania i nierówności z wartością bezwzględną</li> </ul>                          | <ul style="list-style-type: none"> <li>• sprawdza, czy dana liczba jest rozwiązaniem równania lub nierówności;</li> <li>• rozwiązuje równania i nierówności z wartością bezwzględną, stosując interpretację geometryczną;</li> <li>• rozwiązuje równania i nierówności z wartością bezwzględną, stosując definicję oraz własności wartości bezwzględnej;</li> <li>• rozwiązuje równania i nierówności z wartością bezwzględną o poziomie trudności nie wyższym, niż: <math>  x + 1  - 2  = 3</math>, <math> x + 3  +  x - 5  &gt; 12</math>.</li> </ul> |
| <b>Funkcje i ich własności</b>                                                                                              |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• Pojęcie funkcji. Sposoby opisu funkcji</li> </ul>                                  | <ul style="list-style-type: none"> <li>• zna definicję funkcji;</li> <li>• określa funkcje za pomocą wzoru, tabeli, wykresu, opisu słownego.</li> </ul>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• Dziedzina i zbiór wartości funkcji</li> </ul>                                      | <ul style="list-style-type: none"> <li>• zna definicję dziedziny i zbioru wartości funkcji;</li> <li>• <b>wyznacza dziedzinę funkcji opisanej różnymi wzorami;</b></li> <li>• oblicza ze wzoru wartość funkcji dla danego argumentu. Posługuje się poznanymi metodami rozwiązywania równań do obliczenia, dla jakiego argumentu funkcja przyjmuje daną wartość.</li> </ul>                                                                                                                                                                              |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• Miejsce zerowe funkcji</li> </ul>                                                  | <ul style="list-style-type: none"> <li>• zna pojęcie miejsca zerowego funkcji;</li> <li>• wyznacza miejsce zerowe funkcji posługując się poznanymi metodami rozwiązywania równań.</li> </ul>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>Różnowartościowość funkcji</b></li> </ul>                                       | <ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>zna definicję funkcji różnowartościowej;</b></li> <li>• <b>potrafi na podstawie wykresu określić różnowartościowość</b></li> </ul>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |

|                                                                                                                  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|                                                                                                                  | <b>funkcji;</b> <ul style="list-style-type: none"> <li><b>potrafi, korzystając z definicji, sprawdzić różnowartościowość funkcji.</b></li> </ul>                                                                                                                                                                                                                                                                                     |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>Wykres funkcji</li> </ul>                                                 | <ul style="list-style-type: none"> <li>szkicuje wykres funkcji określonej w różnych przedziałach różnymi wzorami; odczytuje własności takiej funkcji z wykresu.</li> </ul>                                                                                                                                                                                                                                                           |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>Monotoniczność funkcji</li> </ul>                                         | <ul style="list-style-type: none"> <li>zna pojęcie funkcji rosnącej, malejącej, stałej;</li> <li><b>potrafi, korzystając z definicji, sprawdzić monotoniczność funkcji.</b></li> </ul>                                                                                                                                                                                                                                               |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>Odczytywanie własności funkcji z wykresu</li> </ul>                       | <ul style="list-style-type: none"> <li>odczytuje z wykresu własności funkcji (dziedzinę, zbiór wartości, miejsca zerowe, maksymalne przedziały, w których funkcja jest malejąca, rosnąca, ma stały znak; argumenty, dla których funkcja przyjmuje w podanym przedziale wartość największą lub najmniejszą).</li> </ul>                                                                                                               |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>Pojęcie wektora. Wektory w układzie współrzędnych</li> </ul>              | <ul style="list-style-type: none"> <li>rozdziela pojęcia: wektor, początek i koniec wektora, kierunek i zwrot wektora, współrzędne wektora, długość wektora;</li> <li>oblicza współrzędne oraz długość wektora;</li> <li>dodaje i odejmuje wektory oraz mnoży je przez liczbę;</li> <li>interpretuje geometrycznie działania na wektorach.</li> </ul>                                                                                |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>Translacje wykresów funkcji</li> </ul>                                    | <ul style="list-style-type: none"> <li>na podstawie wykresu funkcji <math>y = f(x)</math> szkicuje wykresy funkcji: <math>y = f(x + a)</math>, <math>y = f(x) + a</math>;</li> <li>stosuje wektory do opisu przesunięcia wykresu funkcji.</li> </ul>                                                                                                                                                                                 |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>Symetrie wykresów funkcji</li> </ul>                                      | <ul style="list-style-type: none"> <li>na podstawie wykresu funkcji <math>y = f(x)</math> szkicuje wykresy funkcji: <math>y = -f(x)</math>, <math>y = f(-x)</math>;</li> <li><b>na podstawie wykresu funkcji <math>y = f(x)</math> szkicuje wykres funkcji: <math>y = -f(-x)</math>.</b></li> </ul>                                                                                                                                  |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>Wykresy funkcji z wartością bezwzględną</li> </ul>                        | <ul style="list-style-type: none"> <li>na podstawie wykresu funkcji <math>y = f(x)</math> szkicuje wykres funkcji: <math>y =  f(x) </math>,</li> <li><b>na podstawie wykresu funkcji <math>y = f(x)</math> szkicuje wykresy funkcji: <math>y = f( x )</math> oraz <math>y =  f( x ) </math>.</b></li> </ul>                                                                                                                          |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>Przekształcenia wykresów funkcji - zadania</li> </ul>                     | <ul style="list-style-type: none"> <li>na podstawie wykresu funkcji <math>y = f(x)</math> szkicuje wykresy funkcji: <math>y = c \cdot f(x)</math>, <math>y = f(cx)</math>;</li> <li>szkicuje wykres funkcji okresowej;</li> <li>stosuje okresowość funkcji do wyznaczania jej wartości;</li> <li>szkicuje wykres funkcji określonej w różnych przedziałach różnymi wzorami; odczytuje własności takiej funkcji z wykresu.</li> </ul> |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>Parzystość i nieparzystość funkcji</li> </ul>                             | <ul style="list-style-type: none"> <li><b>zna definicję funkcji parzystej i nieparzystej;</b></li> <li><b>potrafi na podstawie wykresu określić parzystość i nieparzystość funkcji;</b></li> <li><b>potrafi, korzystając z definicji, sprawdzić parzystość i nieparzystość funkcji.</b></li> </ul>                                                                                                                                   |
| <b>Trygonometria</b>                                                                                             |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>Funkcje trygonometryczne kąta ostrego w trójkącie prostokątnym</li> </ul> | <ul style="list-style-type: none"> <li>zna definicje funkcji trygonometrycznych kąta ostrego;</li> <li>wykorzystuje definicje i wyznacza wartości funkcji sinus, cosinus, tangens i <b>cotangens</b> kątów o miarach od <math>0^\circ</math> do <math>90^\circ</math>;</li> <li>korzysta z przybliżonych wartości funkcji trygonometrycznych (odczytanych z tablic lub obliczonych za pomocą kalkulatora);</li> </ul>                |

|                                                                                                                  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|                                                                                                                  | <ul style="list-style-type: none"> <li>• oblicza miarę kąta ostrego, dla którego funkcja trygonometryczna przyjmuje daną wartość (miarę dokładną albo – korzystając z tablic lub kalkulatora – przybliżoną).</li> </ul>                                                                                                                                                                                                                                                                                         |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• Zastosowanie trygonometrii w zadaniach praktycznych</li> </ul>          | <ul style="list-style-type: none"> <li>• korzysta z własności funkcji trygonometrycznych w łatwych obliczeniach geometrycznych, w tym ze wzoru na pole trójkąta ostrokątnego o danych dwóch bokach i kącie między nimi.</li> </ul>                                                                                                                                                                                                                                                                              |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• Tożsamości trygonometryczne</li> </ul>                                  | <ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje proste zależności między funkcjami trygonometrycznymi: <math>\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1</math>, <math>\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}</math> oraz <math>\sin (90^\circ - \alpha) = \cos \alpha</math>;</li> <li>• wykorzystując proste zależności między funkcjami trygonometrycznymi sprawdza, czy dana równość jest tożsamością.</li> </ul>                                                                                |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• Funkcje trygonometryczne dowolnego kąta</li> </ul>                      | <ul style="list-style-type: none"> <li>• zaznacza w układzie współrzędnych kąt o danej mierze;</li> <li>• wyznacza kąt, mając dany punkt należący do jego końcowego ramienia i odwrotnie – bada, czy punkt należy do końcowego ramienia danego kąta;</li> <li>• zna definicje funkcji trygonometrycznych kąta dowolnego;</li> <li>• wykorzystuje definicje i wyznacza wartości funkcji sinus, cosinus, tangens i <b>cotangens</b> kątów o miarach od <math>0^\circ</math> do <math>360^\circ</math>.</li> </ul> |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• Związki między funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta</li> </ul> | <ul style="list-style-type: none"> <li>• znając wartość jednej z funkcji: sinus lub cosinus, wyznacza wartości pozostałych funkcji tego samego kąta ostrego i dowolnego;</li> <li>• <b>znając wartość jednej z funkcji: tangens lub cotangens, wyznacza wartości pozostałych funkcji tego samego kąta ostrego i dowolnego.</b></li> </ul>                                                                                                                                                                       |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• Wzory redukcyjne</li> </ul>                                             | <ul style="list-style-type: none"> <li>• wykorzystuje definicje i wyznacza wartości funkcji sinus, cosinus, tangens i <b>cotangens</b> dowolnego kąta o mierze wyrażonej w stopniach lub radianach (przez sprowadzenie do przypadku kąta ostrego);</li> <li>• wykorzystuje okresowość funkcji do wyznaczania jej wartości.</li> </ul>                                                                                                                                                                           |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• Miara łukowa kąta</li> </ul>                                            | <ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje miarę łukową kąta;</li> <li>• zamienia miarę łukową kąta na stopniową i odwrotnie.</li> </ul>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• Wykresy funkcji trygonometrycznych</li> </ul>                           | <ul style="list-style-type: none"> <li>• szkicuje wykres funkcji trygonometrycznych;</li> <li>• odczytuje z wykresu własności funkcji;</li> <li>• odczytuje okres podstawowy funkcji na podstawie jej wykresu.</li> </ul>                                                                                                                                                                                                                                                                                       |
| <b>Funkcja liniowa</b>                                                                                           |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• Funkcja liniowa – wykres, własności</li> </ul>                          | <ul style="list-style-type: none"> <li>• rysuje wykres funkcji liniowej, korzystając z jej wzoru;</li> <li>• wyznacza wzór funkcji liniowej na podstawie informacji o funkcji lub o jej wykresie;</li> <li>• interpretuje współczynniki występujące we wzorze funkcji liniowej;</li> <li>• wykorzystuje własności funkcji liniowej do interpretacji zagadnień geometrycznych, fizycznych itp. (także osadzonych w kontekście praktycznym).</li> </ul>                                                           |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• Zastosowanie funkcji liniowej</li> </ul>                                | <ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje pojęcie funkcji liniowej do opisywania zjawisk z życia codziennego ( podaje opis matematyczny zjawiska</li> </ul>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |

|                                                                                                                                  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|                                                                                                                                  | <p>w postaci wzoru funkcji liniowej);</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>wykorzystuje własności funkcji liniowej do interpretacji zagadnień geometrycznych, fizycznych itp. (także osadzonych w kontekście praktycznym).</li> </ul>                                                                                                                                                                                                                                                   |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>Równania i nierówności liniowe</li> </ul>                                                 | <ul style="list-style-type: none"> <li>sprawdza, czy dana liczba rzeczywista jest rozwiązaniem równania lub nierówności;</li> <li>rozwiązuje nierówności pierwszego stopnia z jedną niewiadomą;</li> <li>zapisuje zbiór rozwiązań nierówności w postaci przedziału.</li> </ul>                                                                                                                                                                                                                |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>Zadania tekstowe z zastosowaniem równań i nierówności liniowych</li> </ul>                | <ul style="list-style-type: none"> <li>rozwiązuje zadania tekstowe prowadzące do równań i nierówności z jedną niewiadomą.</li> </ul>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |
| <ul style="list-style-type: none"> <li><i>Układy równań I stopnia z dwiema niewiadomymi</i></li> </ul>                           | <ul style="list-style-type: none"> <li><i>rozwiązuje układ równań metodą podstawiania i przeciwnych współczynników;</i></li> <li>określa, czy dany układ równań jest oznaczony, nieoznaczony, czy sprzeczny;</li> <li><i>układa i rozwiązuje układ równań do zadania z treścią.</i></li> </ul>                                                                                                                                                                                                |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>Interpretacja geometryczna układów równań I stopnia z dwiema niewiadomymi</li> </ul>      | <ul style="list-style-type: none"> <li>rozwiązuje układ równań metodą graficzną;</li> <li>wykorzystuje interpretację geometryczną układu równań do określenia liczby rozwiązań układu równań.</li> </ul>                                                                                                                                                                                                                                                                                      |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>Układy nierówności liniowych I stopnia z dwiema niewiadomymi</li> </ul>                   | <ul style="list-style-type: none"> <li>interpretuje graficznie nierówności z dwiema niewiadomymi oraz pojęcie półpłaszczyzny otwartej i domkniętej;</li> <li>zaznacza w układzie współrzędnych zbiór punktów, których współrzędne spełniają układ nierówności liniowych z dwiema niewiadomymi;</li> <li>zapisuje układ nierówności opisujący zbiór punktów przedstawionych w układzie współrzędnych;</li> <li>rozwiązuje graficznie układ kilku nierówności z dwiema niewiadomymi.</li> </ul> |
| <ul style="list-style-type: none"> <li><i>Zadania tekstowe z zastosowaniem układów równań i nierówności liniowych</i></li> </ul> | <ul style="list-style-type: none"> <li><i>rozwiązuje zadania tekstowe prowadzące do układów równań i nierówności z jedną niewiadomą.</i></li> </ul>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>Ilość rozwiązań równania liniowego – zadania z parametrem</li> </ul>                      | <ul style="list-style-type: none"> <li>przeprowadza analizę zadań z parametrem;</li> <li>zapisuje założenia, aby zachodziły warunki podane w treści zadania i wyznacza te wartości parametru, dla których są one spełnione.</li> </ul>                                                                                                                                                                                                                                                        |
| <ul style="list-style-type: none"> <li><b>Metoda wyznacznikowa rozwiązywania układów równań liniowych</b></li> </ul>             | <ul style="list-style-type: none"> <li><b>rozwiązuje układy równań liniowych metodą wyznacznikową.</b></li> </ul>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |
| <ul style="list-style-type: none"> <li><b>Układy równań liniowych – zadania z parametrem</b></li> </ul>                          | <ul style="list-style-type: none"> <li><b>przeprowadza dyskusję ilości rozwiązań układu równań w zależności od parametru;</b></li> <li><b>zapisuje założenia, aby zachodziły warunki podane w treści zadania i wyznacza te wartości parametru, dla których są one spełnione</b></li> </ul>                                                                                                                                                                                                    |
| <b>Geometria analityczna</b>                                                                                                     |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>Równanie prostej przechodzącej przez dwa</li> </ul>                                       | <ul style="list-style-type: none"> <li>wyznacza równanie prostej przechodzącej przez dwa dane punkty;</li> </ul>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |



|                                                                                                                |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| punkty                                                                                                         | <ul style="list-style-type: none"> <li>• oblicza współrzędne punktu przecięcia dwóch prostych.</li> </ul>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• Równanie kierunkowe i ogólne prostej</li> </ul>                       | <ul style="list-style-type: none"> <li>• wyznacza równanie prostej przechodzącej przez dwa dane punkty (w postaci kierunkowej lub ogólnej);</li> <li>• zamienia jedną postać na drugą;</li> <li>• interpretuje współczynniki w równaniu kierunkowym i ogólnym prostej.</li> </ul>                                                                                                                                                                                                                   |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• Warunek równoległości prostych</li> </ul>                             | <ul style="list-style-type: none"> <li>• podaje warunki równoległości prostych w postaci kierunkowej oraz ogólnej;</li> <li>• bada równoległość prostych na podstawie ich równań kierunkowych oraz ogólnych;</li> <li>• wyznacza równanie prostej, która jest równoległa do prostej danej w postaci kierunkowej lub ogólnej i przechodzi przez dany punkt;</li> <li>• <b>bada równoległość prostych na podstawie ich równań kierunkowych oraz ogólnych w zadaniach z parametrem.</b></li> </ul>     |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• Warunek prostopadłości prostych</li> </ul>                            | <ul style="list-style-type: none"> <li>• podaje warunki prostopadłości prostych w postaci kierunkowej oraz ogólnej;</li> <li>• bada prostopadłość prostych na podstawie ich równań kierunkowych oraz ogólnych;</li> <li>• wyznacza równanie prostej, która jest prostopadła do prostej danej w postaci kierunkowej lub ogólnej i przechodzi przez dany punkt;</li> <li>• <b>bada prostopadłość prostych na podstawie ich równań kierunkowych oraz ogólnych w zadaniach z parametrem.</b></li> </ul> |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• Odległość punktów w układzie współrzędnych. Środek odcinka</li> </ul> | <ul style="list-style-type: none"> <li>• oblicza odległość dwóch punktów w układzie współrzędnych;</li> <li>• stosuje wzór na odległość punktów do rozwiązywania zadań;</li> <li>• wyznacza współrzędne środka odcinka w układzie współrzędnych;</li> <li>• stosuje wzór na współrzędne środka odcinka do rozwiązywania zadań.</li> </ul>                                                                                                                                                           |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• Odległość punktu od prostej</li> </ul>                                | <ul style="list-style-type: none"> <li>• oblicza odległość punktu od prostej;</li> <li>• stosuje wzór na odległość punktu od prostej do rozwiązywania zadań.</li> </ul>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• Równanie okręgu – postać kanoniczna i <b>ogólna</b></li> </ul>        | <ul style="list-style-type: none"> <li>• posługuje się równaniem okręgu <math>(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2</math> oraz opisuje koła za pomocą nierówności;</li> <li>• <b>posługuje się równaniem okręgu <math>x^2 + y^2 - 2ax - 2by + c = 0</math> oraz opisuje koła za pomocą nierówności;</b></li> <li>• <b>przekształca równanie okręgu w postaci ogólnej na postać kanoniczną i odwrotnie;</b></li> <li>• <b>określa, dla jakich wartości parametru dane równanie opisuje okrąg.</b></li> </ul>  |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• Wzajemne położenie prostej i okręgu</li> </ul>                        | <ul style="list-style-type: none"> <li>• określa, ile punktów wspólnych mają prosta i okrąg przy danych warunkach;</li> <li>• wyznacza punkty wspólne prostej i okręgu;</li> <li>• <i>korzysta z własności stycznej do okręgu w rozwiązywaniu zadań;</i></li> <li>• <b>określa wzajemne położenie prostej i okręgu w zależności od parametru.</b></li> </ul>                                                                                                                                        |



|                                                                                                                             |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <ul style="list-style-type: none"> <li>Wzajemne położenie dwóch okręgów</li> </ul>                                          | <ul style="list-style-type: none"> <li>określa wzajemne położenie okręgów, mając dane promienie tych okręgów oraz odległość ich środków;</li> <li>korzysta z własności okręgów stycznych w rozwiązywaniu zadań;</li> <li>określa wzajemne położenie dwóch okręgów w zależności od parametru.</li> </ul>                                                                                                                                                                                                                                          |
| <b>Funkcja kwadratowa</b>                                                                                                   |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>Jednomian kwadratowy – definicja, własności</li> </ul>                               | <ul style="list-style-type: none"> <li>interpretuje współczynnik występujący we wzorze funkcji;</li> <li>szkicuje wykres jednomianu;</li> <li>wyznacza wzór jednomianu na podstawie pewnych informacji o tej funkcji lub o jej wykresie;</li> <li>odczytuje z wykresu własności funkcji (dziedzinę, zbiór wartości, miejsca zerowe, maksymalne przedziały, w których funkcja jest malejąca, rosnąca, ma stały znak; argumenty, dla których funkcja przyjmuje w podanym przedziale wartość największą lub najmniejszą).</li> </ul>                |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>Przesunięcie wykresu funkcji <math>f(x) = ax^2</math> o wektor</li> </ul>            | <ul style="list-style-type: none"> <li>na podstawie wykresu funkcji <math>f(x) = ax^2</math> szkicuje wykresy funkcji: <math>f(x) = ax^2 + q</math>, <math>f(x) = a(x - p)^2</math>;</li> <li>stosuje wektory do opisu przesunięcia wykresu funkcji;</li> <li>odczytuje z wykresu własności funkcji (dziedzinę, zbiór wartości, miejsca zerowe, maksymalne przedziały, w których funkcja jest malejąca, rosnąca, ma stały znak; argumenty, dla których funkcja przyjmuje w podanym przedziale wartość największą lub najmniejszą).</li> </ul>    |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>Postać kanoniczna i ogólna funkcji kwadratowej</li> </ul>                            | <ul style="list-style-type: none"> <li>interpretuje współczynniki występujące we wzorze funkcji kwadratowej w postaci kanonicznej i w postaci ogólnej;</li> <li>przekształca wzór funkcji kwadratowej w postaci kanonicznej na ogólną i odwrotnie;</li> <li>wyznacza wzór funkcji kwadratowej na podstawie pewnych informacji o tej funkcji lub o jej wykresie.</li> </ul>                                                                                                                                                                       |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>Postać iloczynowa funkcji kwadratowej. Pierwiastki trójmianu kwadratowego</li> </ul> | <ul style="list-style-type: none"> <li>Wyznacza równanie funkcji kwadratowej w postaci iloczynowej (o ile istnieje);</li> <li>interpretuje współczynniki występujące we wzorze funkcji kwadratowej w postaci iloczynowej (o ile istnieje);</li> <li>przekształca wzór funkcji kwadratowej a jednej postaci na inną;</li> <li>wyznacza wzór funkcji kwadratowej na podstawie pewnych informacji o tej funkcji lub o jej wykresie;</li> <li>oblicza pierwiastki trójmianu kwadratowego;</li> <li>podaje warunki istnienia pierwiastków.</li> </ul> |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>Wykres funkcji kwadratowej</li> </ul>                                                | <ul style="list-style-type: none"> <li>szkicuje wykres funkcji kwadratowej, korzystając z jej wzoru;</li> <li>wyznacza wzór funkcji kwadratowej na podstawie pewnych informacji o tej funkcji lub o jej wykresie;</li> <li>przekształca wykresy funkcji kwadratowej.</li> </ul>                                                                                                                                                                                                                                                                  |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>Wartość największa i najmniejsza funkcji kwadratowej</li> </ul>                      | <ul style="list-style-type: none"> <li>wyznacza wartość najmniejszą i wartość największą funkcji kwadratowej w przedziale domkniętym;</li> <li>rozwiązuje zadania optymalizacyjne.</li> </ul>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |

|                                                                                                                                  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <ul style="list-style-type: none"> <li>Równania kwadratowe</li> </ul>                                                            | <ul style="list-style-type: none"> <li>sprawdza, czy dana liczba rzeczywista jest rozwiązaniem równania;</li> <li>rozwiązuje równanie kwadratowe z jedną niewiadomą przez rozkład na czynniki;</li> <li>rozwiązuje równania kwadratowe korzystając ze wzorów;</li> <li>interpretuje geometrycznie rozwiązania równania kwadratowego;</li> <li><b>rozwiązuje równania kwadratowe z wartością bezwzględną.</b></li> </ul>                                                                                                                                                                                                                                                                             |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>Zadania tekstowe z zastosowaniem równań kwadratowych</li> </ul>                           | <ul style="list-style-type: none"> <li>rozwiązuje zadania tekstowe prowadzące do równań kwadratowych z jedną niewiadomą;</li> <li>wykorzystuje własności funkcji kwadratowej do interpretacji zagadnień geometrycznych, fizycznych itp. (także osadzonych w kontekście praktycznym).</li> </ul>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>Równania sprowadzalne do równań kwadratowych</li> </ul>                                   | <ul style="list-style-type: none"> <li>rozwiązuje równania prowadzące do równań kwadratowych z jedną niewiadomą.</li> </ul>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>Nierówności kwadratowe</li> </ul>                                                         | <ul style="list-style-type: none"> <li>sprawdza, czy dana liczba rzeczywista jest rozwiązaniem nierówności;</li> <li>rozwiązuje nierówności kwadratowe z jedną niewiadomą;</li> <li>stosuje związek między rozwiązaniem nierówności kwadratowej a znakiem wartości odpowiedniej funkcji kwadratowej do rozwiązywania zadań;</li> <li><b>rozwiązuje nierówności kwadratowe z wartością bezwzględną.</b></li> </ul>                                                                                                                                                                                                                                                                                   |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>Układy równań i nierówności, z których co najmniej jedno jest stopnia drugiego</li> </ul> | <ul style="list-style-type: none"> <li>rozwiązuje układy równań, prowadzące do równań kwadratowych;</li> <li>rozwiązuje układy równań i nierówności metodą graficzną;</li> <li>wykorzystuje interpretację geometryczną układu równań do określenia liczby rozwiązań tego układu;</li> <li>zaznacza w układzie współrzędnych zbiór punktów, których współrzędne spełniają układy równań lub nierówności, z których co najmniej jedno jest stopnia drugiego;</li> <li>zapisuje układ nierówności opisujący zbiór punktów przedstawionych w układzie współrzędnych;</li> <li><b>rozwiązuje układy równań i nierówności z parametrem, z których co najmniej jedno jest stopnia drugiego.</b></li> </ul> |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>Wzory Viète'a</li> </ul>                                                                  | <ul style="list-style-type: none"> <li>stosuje wzory Viète'a.</li> </ul>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>Równania i nierówności kwadratowe z parametrem</li> </ul>                                 | <ul style="list-style-type: none"> <li>określa ilość pierwiastków równania kwadratowego w zależności od parametru;</li> <li>przeprowadza analizę zadań z parametrem;</li> <li>zapisuje założenia, aby zachodziły warunki podane w treści zadania i wyznacza te wartości parametru, dla których są one spełnione.</li> </ul>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |
| <b>Wielomiany</b>                                                                                                                |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |

|                                                                                                             |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <ul style="list-style-type: none"> <li>Stopień i współczynnik wielomianu</li> </ul>                         | <ul style="list-style-type: none"> <li>zna pojęcie wielomianu stopnia <math>n</math> (<math>n \in N_+</math>) jednej zmiennej rzeczywistej;</li> <li>podaje współczynniki i stopień wielomianu;</li> <li>oblicza sumę współczynników wielomianu;</li> <li><b>określa stopień wielomianu w zależności od parametru.</b></li> </ul>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>Równość wielomianów. Działania na wielomianach</li> </ul>            | <ul style="list-style-type: none"> <li>zna i stosuje twierdzenie o równości wielomianów;</li> <li>dodaje, odejmuje i mnoży wielomiany.</li> </ul>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>Dzielenie wielomianów</li> </ul>                                     | <ul style="list-style-type: none"> <li>dzieli wielomiany przez dwumian <math>ax + b</math>;</li> <li><b>dzieli wielomian przez dwumian za pomocą schematu Hornera;</b></li> <li><b>dzieli wielomiany.</b></li> </ul>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>Rozkład wielomianu na czynniki</li> </ul>                            | <ul style="list-style-type: none"> <li>rozkłada wielomian na czynniki, stosując wzory skróconego mnożenia lub wyłączając wspólny czynnik przed nawias;</li> <li>rozkłada wielomian na czynniki, stosując metodą grupowania wyrazów.</li> </ul>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>Pierwiastki wielomianu. <b>Twierdzenie Bézouta</b></li> </ul>        | <ul style="list-style-type: none"> <li>sprawdza, czy dana liczba rzeczywista jest pierwiastkiem wielomianu;</li> <li>zna pojęcie pierwiastka wielomianu;</li> <li><b>stosuje twierdzenie Bézouta;</b></li> <li>rozkłada wielomian na czynniki korzystając z <b>twierdzenia Bézouta;</b></li> <li><b>stosuje twierdzenie Bézouta w zadaniach z parametrem.</b></li> </ul>                                                                                                                                                                                                                                                                                           |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>Twierdzenie o reszcie. Pierwiastki wielokrotne wielomianu</li> </ul> | <ul style="list-style-type: none"> <li>stosuje twierdzenie o reszcie z dzielenia wielomianu przez dwumian <math>x - a</math>;</li> <li><b>zna pojęcie pierwiastka wielokrotnego wielomianu;</b></li> <li><b>stosuje twierdzenie o reszcie z dzielenia wielomianu przez dwumian <math>x - a</math> w zadaniach z parametrem.</b></li> </ul>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>Pierwiastki całkowite i pierwiastki wymierne wielomianu</li> </ul>   | <ul style="list-style-type: none"> <li>potrafi podać liczby, które mogą być pierwiastkami wielomianu;</li> <li>stosuje twierdzenie o pierwiastkach wymiernych wielomianu o współczynnikach całkowitych.</li> </ul>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>Równania wielomianowe</li> </ul>                                     | <ul style="list-style-type: none"> <li>sprawdza, czy dana liczba rzeczywista jest rozwiązaniem równania;</li> <li>korzysta z definicji pierwiastka do rozwiązywania równań typu <math>x^3 = -8</math>;</li> <li>korzysta z własności iloczynu przy rozwiązywaniu równań typu <math>x(x+1)(x-7) = 0</math>;</li> <li>stosuje twierdzenie o reszcie z dzielenia wielomianu przez dwumian <math>x - a</math>;</li> <li>stosuje twierdzenie o pierwiastkach wymiernych wielomianu o współczynnikach całkowitych;</li> <li>rozwiązuje równania wielomianowe dające się łatwo sprowadzić do równań kwadratowych;</li> <li><b>stosuje twierdzenie Bézouta;</b></li> </ul> |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>Równania wielomianowe</li> </ul>                                     | <ul style="list-style-type: none"> <li><b>rozwiązuje równania wielomianowe z wartością bezwzględną;</b></li> <li><b>rozwiązuje równania wielomianowe z parametrem.</b></li> </ul>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |

|                                                                                               |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <ul style="list-style-type: none"> <li>Wykres wielomianu</li> </ul>                           | <ul style="list-style-type: none"> <li>zna pojęcie funkcji wielomianowej;</li> <li>szkicuje wykresy wielomianów.</li> </ul>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>Nierówności wielomianowe</li> </ul>                    | <ul style="list-style-type: none"> <li>sprawdza, czy dana liczba rzeczywista jest rozwiązaniem nierówności;</li> <li>rozwiązuje łatwe nierówności wielomianowe;</li> <li><b>rozwiązuje nierówności wielomianowe z wartością bezwzględną;</b></li> <li><b>rozwiązuje nierówności wielomianowe z parametrem.</b></li> </ul>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |
| <b>5. Planimetria</b>                                                                         |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>Trójkąty i ich własności</li> </ul>                    | <ul style="list-style-type: none"> <li><i>klasyfikuje trójkąty ze względu na miary ich kątów;</i></li> <li><i>stosuje twierdzenie o sumie miar kątów wewnętrznych trójkąta do rozwiązywania zadań;</i></li> <li>rozróżnia pojęcia: środkowa trójkąta, wysokość trójkąta, dwusieczna kąta, symetralna boku;</li> <li><i>zna i stosuje Twierdzenie Pitagorasa i twierdzenie odwrotne do Twierdzenia Pitagorasa;</i></li> <li>wyprowadza zależności ogólne, np. dotyczące długości przekątnej kwadratu, długości wysokości trójkąta równobocznego, długości wysokości poprowadzonej z wierzchołka kąta prostego w trójkącie prostokątnym;</li> <li>zna i stosuje zależności w trójkącie prostokątnym;</li> <li>zna i stosuje twierdzenia: o środkowych trójkąta, o dwusiecznych kąta wewnętrznego w trójkącie.</li> </ul> |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>Cechy podobieństwa i przystawania trójkątów</li> </ul> | <ul style="list-style-type: none"> <li>rozpoznaje trójkąty podobne i wykorzystuje (także w kontekstach praktycznych) cechy podobieństwa trójkątów.</li> <li><i>rozpoznaje trójkąty przystające oraz stosuje cechy przystawania trójkątów do rozwiązywania różnych problemów.</i></li> </ul>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>Twierdzenie Talesa</li> </ul>                          | <ul style="list-style-type: none"> <li>stosuje twierdzenie Talesa i twierdzenie odwrotne do twierdzenia Talesa do obliczania długości odcinków i ustalania równoległości prostych.</li> </ul>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>Czworokąty i ich własności</li> </ul>                  | <ul style="list-style-type: none"> <li><i>klasyfikuje czworokąty ze względu na miary ich kątów;</i></li> <li><i>stosuje twierdzenie o sumie miar kątów wewnętrznych czworokąta do rozwiązywania zadań;</i></li> <li><i>stosuje własności czworokątów wypukłych do rozwiązywania zadań z planimetrii.</i></li> </ul>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>Pola figur</li> </ul>                                  | <ul style="list-style-type: none"> <li>oblicza pola i obwody równoległoboku, rombu, trapezu;</li> <li>wykorzystuje funkcje trygonometryczne do wyznaczania pól czworokątów;</li> <li>oblicza długość okręgu i pole koła.</li> </ul>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>Kąty w okręgu</li> </ul>                               | <ul style="list-style-type: none"> <li>rozpoznaje kąty środkowe;</li> <li>rozpoznaje kąty wpisane;</li> <li>stosuje zależności między kątem środkowym i kątem wpisanym opartymi na tym samym łuku.</li> </ul>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>Odcinki stycznych i siecznych</li> </ul>               | <ul style="list-style-type: none"> <li><b>stosuje twierdzenia: o cięciwach, o siecznych, o stycznej i siecznej, o kącie między styczną a cięciwą okręgu.</b></li> </ul>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |

|                                                                                                                         |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <ul style="list-style-type: none"> <li>Okrąg wpisany w trójkąt i opisany na trójkącie</li> </ul>                        | <ul style="list-style-type: none"> <li>rozwiązuje zadania dotyczące okręgu opisanego i okręgu wpisanego w trójkąt;</li> <li>przekształca wzory na pole trójkąta i udowadnia je.</li> </ul>                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>Okrąg wpisany w czworokąt i opisany na czworokącie</li> </ul>                    | <ul style="list-style-type: none"> <li>stosuje twierdzenia charakteryzujące czworokąty wpisane w okrąg i czworokąty opisane na okręgu.</li> </ul>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>Przekształcenia geometryczne. Izometrie</li> </ul>                               | <ul style="list-style-type: none"> <li>znajduje obrazy niektórych figur geometrycznych (punktu, prostej, odcinka, okręgu, trójkąta itp.) w symetrii osiowej względem osi układu współrzędnych i symetrii środkowej względem początku układu.</li> </ul>                                                                                                                                                                                                                                              |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>Jednokładność</li> </ul>                                                         | <ul style="list-style-type: none"> <li>znajduje obrazy niektórych figur geometrycznych w jednokładności (odcinka, trójkąta, czworokąta itp.);</li> <li>rozpoznaje figury podobne i jednokładne;</li> <li>wykorzystuje (także w kontekstach praktycznych) ich własności.</li> </ul>                                                                                                                                                                                                                   |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>Figury podobne. Własności podobieństwa</li> </ul>                                | <ul style="list-style-type: none"> <li><i>wykorzystuje zależności między polami i obwodami wielokątów podobnych a skalą podobieństwa do rozwiązywania zadań.</i></li> </ul>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>Twierdzenie sinusów</li> </ul>                                                   | <ul style="list-style-type: none"> <li>znajduje związki miarowe w figurach płaskich z zastosowaniem twierdzenia sinusów.</li> </ul>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |
| <ul style="list-style-type: none"> <li><b>Iloczyn skalarny</b></li> </ul>                                               | <ul style="list-style-type: none"> <li><b>zna pojęcie iloczynu skalarnego;</b></li> <li><b>stosuje definicję iloczynu skalarnego w zadaniach;</b></li> <li><b>stosuje warunki prostokątności i równoległości wektorów;</b></li> <li><b>oblicza cosinus i sinus kąta między wektorami.</b></li> </ul>                                                                                                                                                                                                 |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>Twierdzenie cosinusów</li> </ul>                                                 | <ul style="list-style-type: none"> <li>znajduje związki miarowe w figurach płaskich z zastosowaniem twierdzenia cosinusów.</li> </ul>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |
| <b>Funkcje wymierne</b>                                                                                                 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>Wyrażenia wymierne. Wartość liczbową wyrażenia wymiernego</li> </ul>             | <ul style="list-style-type: none"> <li>określa dziedzinę wyrażenia wymiernego;</li> <li>rozszerza i skraca wyrażenia wymierne;</li> <li>oblicza wartość liczbową wyrażenia wymiernego.</li> </ul>                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>Mnożenie i dzielenie wyrażeń wymiernych</li> </ul>                               | <ul style="list-style-type: none"> <li>mnoży i dzieli wyrażenia wymierne.</li> </ul>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>Dodawanie i odejmowanie wyrażeń wymiernych</li> </ul>                            | <ul style="list-style-type: none"> <li>dodaje i odejmuje wyrażenia wymierne.</li> </ul>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |
| <ul style="list-style-type: none"> <li><i>Proporcjonalność odwrotna.</i><br/>Funkcja <math>f(x) = a/x</math></li> </ul> | <ul style="list-style-type: none"> <li><i>wskazuje wielkości odwrotnie proporcjonalne;</i></li> <li>wyznacza współczynnik proporcjonalności;</li> <li>podaje wzór proporcjonalności odwrotnej, znając współrzędne punktu należącego do wykresu;</li> <li>szkicuje wykres funkcji <math>f(x) = a/x</math> dla danego <math>a</math>;</li> <li>korzysta ze wzoru i wykresu funkcji <math>f(x) = a/x</math> do interpretacji zagadnień związanych z wielkościami odwrotnie proporcjonalnymi.</li> </ul> |

|                                                                                                  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <ul style="list-style-type: none"> <li>Funkcja homograficzna</li> </ul>                          | <ul style="list-style-type: none"> <li>szkicuje wykresy funkcji homograficznych i określa ich własności;</li> <li>wyznacza równania asymptot wykresu funkcji homograficznej;</li> <li>przekształca wykresy funkcji homograficznej;</li> <li>rozwiązuje zadania z parametrem dotyczące funkcji homograficznej.</li> </ul>                                                   |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>Równania wymierne</li> </ul>                              | <ul style="list-style-type: none"> <li>rozwiązuje proste równania wymierne prowadzące do równań liniowych lub kwadratowych, np. <math>\frac{x+1}{x+3} = 2</math>, <math>\frac{x+1}{x} = 2x</math>.</li> <li>rozwiązuje równania wymierne z wartością bezwzględną;</li> <li>rozwiązuje równania wymierne z parametrem.</li> </ul>                                           |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>Nierówności wymierne</li> </ul>                           | <ul style="list-style-type: none"> <li>rozwiązuje proste nierówności wymierne typu <math>\frac{x+1}{x+3} &gt; 2</math>, <math>\frac{x+3}{x^2-16} &lt; \frac{2x}{x^2-4x}</math>, <math>\frac{3x-2}{4x-7} \leq \frac{1-3x}{5-4x}</math>.</li> <li>rozwiązuje nierówności wymierne z wartością bezwzględną;</li> <li>rozwiązuje nierówności wymierne z parametrem.</li> </ul> |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>Funkcje wymierne. Równość funkcji</li> </ul>              | <ul style="list-style-type: none"> <li>zna pojęcie równości funkcji;</li> <li>sprawdza, czy dane funkcje są równe.</li> </ul>                                                                                                                                                                                                                                              |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>Funkcje wymierne - zadania tekstowe</li> </ul>            | <ul style="list-style-type: none"> <li>rozwiązuje zadania tekstowe z zastosowaniem funkcji wymiernych.</li> </ul>                                                                                                                                                                                                                                                          |
| <b>Ciągi</b>                                                                                     |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>Pojęcie ciągu</li> </ul>                                  | <ul style="list-style-type: none"> <li>zna pojęcie ciągu;</li> <li>wyznacza kolejne wyrazy ciągu, gdy danych jest kilka jego początkowych wyrazów;</li> <li>wyznacza wyrazy ciągu opisanego słownie;</li> <li>szkicuje wykres ciągu.</li> </ul>                                                                                                                            |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>Sposoby określania ciągu</li> </ul>                       | <ul style="list-style-type: none"> <li>wyznacza wyrazy ciągu określonego wzorem ogólnym;</li> <li>wyznacza wyrazy ciągu określonego wzorem rekurencyjnym;</li> <li>oblicza, które wyrazy ciągu spełniają daną zależność;</li> <li>wyznacza wzór ciągu, którego wykres zawiera się w danej krzywej.</li> </ul>                                                              |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>Monotoniczność ciągu</li> </ul>                           | <ul style="list-style-type: none"> <li>wyznacza wyraz <math>a_{n+1}</math> ciągu określonego wzorem ogólnym;</li> <li>bada monotoniczność ciągu, korzystając z definicji;</li> <li>wyznacza wartość parametru tak, aby ciąg był ciągiem monotonicznym.</li> </ul>                                                                                                          |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>Ciąg arytmetyczny</li> </ul>                              | <ul style="list-style-type: none"> <li>bada, czy dany ciąg jest arytmetyczny;</li> <li>stosuje wzór na <math>n</math>-ty wyraz ciągu;</li> <li>wyznacza wartość parametru tak, aby ciąg był ciągiem arytmetycznym.</li> </ul>                                                                                                                                              |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>Suma początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego</li> </ul> | <ul style="list-style-type: none"> <li>stosuje wzór na sumę <math>n</math> początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego.</li> </ul>                                                                                                                                                                                                                                           |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>Ciąg geometryczny</li> </ul>                              | <ul style="list-style-type: none"> <li>bada, czy dany ciąg jest geometryczny;</li> <li>stosuje wzór na <math>n</math> - ty wyraz;</li> <li>wyznacza wartość parametru tak, aby ciąg był ciągiem geometrycznym.</li> </ul>                                                                                                                                                  |

|                                                                                                              |                                                                                                                                                                                                                                                                             |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <ul style="list-style-type: none"> <li>Suma początkowych wyrazów ciągu geometrycznego</li> </ul>             | <ul style="list-style-type: none"> <li>stosuje wzór na sumę <math>n</math> początkowych wyrazów ciągu geometrycznego.</li> </ul>                                                                                                                                            |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>Procent prosty i składany. Oprocentowanie lokat i kredytów</li> </ul> | <ul style="list-style-type: none"> <li>oblicza podatki, zysk z lokat (również złożonych na procent składany i na okres krótszy niż rok).</li> </ul>                                                                                                                         |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>Granica ciągu</li> </ul>                                              | <ul style="list-style-type: none"> <li>zna pojęcie granicy ciągu;</li> <li>potrafi podać granicę ciągu na podstawie jego wykresu.</li> </ul>                                                                                                                                |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>Granica właściwa i <b>niewłaściwa</b> ciągu</li> </ul>                | <ul style="list-style-type: none"> <li>oblicza granice ciągów, korzystając z granic ciągów typu <math>\frac{1}{n}</math>, <math>\frac{1}{n^2}</math> oraz z twierdzeń o działaniach na granicach ciągów.</li> </ul>                                                         |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>Szereg geometryczny</li> </ul>                                        | <ul style="list-style-type: none"> <li>rozpoznaje szeregi geometryczne zbieżne i oblicza ich sumy;</li> <li>zamienia ułamki okresowe na zwykłe;</li> <li><b>rozwiązuje równania i nierówności, w których jedna strona jest zbieżnym szeregiem geometrycznym.</b></li> </ul> |

### Rachunek różniczkowy

|                                                                                                                    |                                                                                                                                                                                                                                                                          |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <ul style="list-style-type: none"> <li>Granica funkcji</li> </ul>                                                  | <ul style="list-style-type: none"> <li>zna pojęcie granicy funkcji właściwej i niewłaściwej;</li> <li>oblicza granice funkcji w punkcie i w nieskończoności;</li> <li>oblicza granice jednostronne;</li> <li>korzysta z twierdzeń o działaniach na granicach.</li> </ul> |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>Ciągłość funkcji</li> </ul>                                                 | <ul style="list-style-type: none"> <li>bada ciągłość funkcji w punkcie i w zbiorze;</li> <li><b>bada ciągłość funkcji w zadaniach z parametrem.</b></li> </ul>                                                                                                           |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>Własności funkcji ciągłych</li> </ul>                                       | <ul style="list-style-type: none"> <li>korzysta z własności funkcji ciągłych w zadaniach.</li> </ul>                                                                                                                                                                     |
| <ul style="list-style-type: none"> <li><b>Asymptoty wykresu funkcji</b></li> </ul>                                 | <ul style="list-style-type: none"> <li><b>wyznacza równanie asymptoty pionowej, poziomej i ukośnej wykresu funkcji.</b></li> </ul>                                                                                                                                       |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>Pochodna funkcji w punkcie</li> </ul>                                       | <ul style="list-style-type: none"> <li>potrafi z definicji obliczyć pochodną funkcji w punkcie;</li> <li>zna fizyczną interpretację pochodnej.</li> </ul>                                                                                                                |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>Pochodna jako funkcja. Pochodne funkcji elementarnych</li> </ul>            | <ul style="list-style-type: none"> <li>potrafi podać pochodne funkcji elementarnych ( np. liniowej, kwadratowej, potęgowej).</li> </ul>                                                                                                                                  |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>Pochodna sumy, iloczynu i ilorazu funkcji</li> </ul>                        | <ul style="list-style-type: none"> <li>oblicza pochodne funkcji wymiernych;</li> <li>stosuje twierdzenia do obliczania pochodnych funkcji.</li> </ul>                                                                                                                    |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>Interpretacja geometryczna pochodnej. Styczna do wykresu funkcji</li> </ul> | <ul style="list-style-type: none"> <li>korzysta z geometrycznej i fizycznej interpretacji pochodnej;</li> <li>wyznacza równanie stycznej do krzywej w danym punkcie.</li> </ul>                                                                                          |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>Monotoniczność funkcji różniczkowalnych</li> </ul>                          | <ul style="list-style-type: none"> <li>korzysta z własności pochodnej do wyznaczenia przedziałów monotoniczności funkcji.</li> </ul>                                                                                                                                     |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>Ekstrema funkcji</li> </ul>                                                 | <ul style="list-style-type: none"> <li>znajduje ekstrema funkcji wielomianowych i wymiernych.</li> </ul>                                                                                                                                                                 |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>Wartość największa i najmniejsza funkcji</li> </ul>                         | <ul style="list-style-type: none"> <li>stosuje pochodne do rozwiązywania zagadnień optymalizacyjnych.</li> </ul>                                                                                                                                                         |
| <ul style="list-style-type: none"> <li><b>Druga pochodna funkcji. Kąt między krzywymi</b></li> </ul>               | <ul style="list-style-type: none"> <li><b>oblicza drugą pochodną funkcji;</b></li> <li><b>wyznacza kąt między krzywymi.</b></li> </ul>                                                                                                                                   |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>Pojęcie funkcji złożonej. Pochodna funkcji złożonej</li> </ul>              | <ul style="list-style-type: none"> <li>zna pojęcie funkcji złożonej;</li> <li>oblicza pochodne funkcji złożonych.</li> </ul>                                                                                                                                             |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>Przebieg zmienności funkcji</li> </ul>                                      | <ul style="list-style-type: none"> <li><b>bada przebieg zmienności funkcji i szkicuje jej wykres.</b></li> </ul>                                                                                                                                                         |

### Funkcja potęgowa



|                                                                                               |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <ul style="list-style-type: none"> <li>Działania na potęgach</li> </ul>                       | <ul style="list-style-type: none"> <li>upraszcza wyrażenia, stosując prawa działań na potęgach wykładniku wymiernym i <b>rzeczywistym</b>;</li> <li>porównuje liczby przedstawione w postaci potęg;</li> <li>wykorzystuje podstawowe własności potęg (również w zagadnieniach związanych z innymi dziedzinami wiedzy, np. fizyką, chemią, informatyką).</li> </ul>                    |
| <ul style="list-style-type: none"> <li><b>Funkcja potęgowa i jej własności</b></li> </ul>     | <ul style="list-style-type: none"> <li><b>rysuje wykresy i omawia własności funkcji potęgowych;</b></li> <li><b>przekształca wykresy funkcji potęgowych.</b></li> </ul>                                                                                                                                                                                                               |
| <ul style="list-style-type: none"> <li><b>Równania i nierówności potęgowe</b></li> </ul>      | <ul style="list-style-type: none"> <li><b>sprawdza, czy dana liczba rzeczywista jest rozwiązaniem równania lub nierówności;</b></li> <li><b>rozwiązuje równania i nierówności potęgowe.</b></li> </ul>                                                                                                                                                                                |
| <ul style="list-style-type: none"> <li><b>Równania i nierówności pierwiastkowe</b></li> </ul> | <ul style="list-style-type: none"> <li><b>sprawdza, czy dana liczba rzeczywista jest rozwiązaniem równania lub nierówności;</b></li> <li><b>wyznacza dziedzinę równania lub nierówności;</b></li> <li><b>rozwiązuje równania i nierówności pierwiastkowe.</b></li> </ul>                                                                                                              |
| <b>Funkcja wykładnicza</b>                                                                    |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>Funkcja wykładnicza - wykres, własności</li> </ul>     | <ul style="list-style-type: none"> <li>zna własności funkcji wykładniczej;</li> <li>szkicuje wykresy funkcji wykładniczych dla różnych podstaw;</li> <li>przekształca wykresy funkcji wykładniczych;</li> <li>posługuje się funkcjami wykładniczymi do opisu zjawisk fizycznych, chemicznych, a także w zagadnieniach osadzonych w kontekście praktycznym.</li> </ul>                 |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>Równania wykładnicze</li> </ul>                        | <ul style="list-style-type: none"> <li>sprawdza, czy dana liczba rzeczywista jest rozwiązaniem równania;</li> <li>rozwiązuje równania wykładnicze korzystając z własności funkcji wykładniczej i twierdzeń dotyczących działań na potęgach;</li> <li><b>rozwiązuje równania wykładnicze sprowadzalne do równań kwadratowych, wielomianowych lub wymiernych.</b></li> </ul>            |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>Nierówności wykładnicze</li> </ul>                     | <ul style="list-style-type: none"> <li>sprawdza, czy dana liczba rzeczywista jest rozwiązaniem nierówności;</li> <li>rozwiązuje równania wykładnicze korzystając z własności funkcji wykładniczej i twierdzeń dotyczących działań na potęgach;</li> <li><b>rozwiązuje nierówności wykładnicze sprowadzalne do nierówności kwadratowych, wielomianowych lub wymiernych.</b></li> </ul> |
| <b>Funkcja logarytmiczna</b>                                                                  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>Działania na logarytmach</li> </ul>                    | <ul style="list-style-type: none"> <li>wykorzystuje definicję logarytmu;</li> <li>stosuje w obliczeniach wzory na logarytm iloczynu, logarytm ilorazu i logarytm potęgi oraz wzór na zamianę podstawy logarytmu.</li> </ul>                                                                                                                                                           |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>Funkcja logarytmiczna i jej własności</li> </ul>       | <ul style="list-style-type: none"> <li>zna definicję funkcji logarytmicznej;</li> <li>potrafi wyznaczyć dziedzinę funkcji logarytmicznej;</li> <li>omawia własności funkcji logarytmicznej;</li> <li>posługuje się funkcjami logarytmicznymi do opisu zjawisk</li> </ul>                                                                                                              |

|                                                                                               |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|                                                                                               | fizycznych, chemicznych, a także w zagadnieniach osadzonych w kontekście praktycznym.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>Wykresy funkcji logarytmicznych</li> </ul>             | <ul style="list-style-type: none"> <li>szkicuje wykresy funkcji logarytmicznych dla różnych podstaw;</li> <li>przekształca wykresy funkcji logarytmicznych.</li> </ul>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>Proste równania i nierówności logarytmiczne</li> </ul> | <ul style="list-style-type: none"> <li>sprawdza, czy dana liczba rzeczywista jest rozwiązaniem równania lub nierówności;</li> <li>rozwiązuje proste równania i nierówności wykorzystując definicję logarytmu oraz własności funkcji logarytmicznej.</li> </ul>                                                                                                                                                                                                                                                                                |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>Równania logarytmiczne</li> </ul>                      | <ul style="list-style-type: none"> <li>sprawdza, czy dana liczba rzeczywista jest rozwiązaniem równania;</li> <li>rozwiązuje proste równania wykorzystując twierdzenia dotyczące działań na logarytmach;</li> <li><b>rozwiązuje równania logarytmiczne sprowadzalne do równań kwadratowych, wielomianowych lub wymiernych;</b></li> <li><b>rozwiązuje równania logarytmiczne z wartością bezwzględną;</b></li> <li><b>rozwiązuje równania logarytmiczne z parametrem.</b></li> </ul>                                                          |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>Nierówności logarytmiczne</li> </ul>                   | <ul style="list-style-type: none"> <li>sprawdza, czy dana liczba rzeczywista jest rozwiązaniem nierówności;</li> <li>rozwiązuje równania wykładnicze korzystając z twierdzeń dotyczących działań na logarytmach i własności funkcji logarytmicznej;</li> <li><b>rozwiązuje nierówności logarytmiczne sprowadzalne do nierówności kwadratowych, wielomianowych lub wymiernych;</b></li> <li><b>rozwiązuje nierówności logarytmiczne z wartością bezwzględną;</b></li> <li><b>rozwiązuje nierówności logarytmiczne z parametrem.</b></li> </ul> |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>Układy równań i nierówności logarytmicznych</li> </ul> | <ul style="list-style-type: none"> <li>sprawdza, czy dana para liczb jest rozwiązaniem układu równań lub nierówności;</li> <li><b>rozwiązuje układy równań logarytmicznych;</b></li> <li><b>rozwiązuje graficznie układy nierówności logarytmicznych z dwiema niewiadomymi;</b></li> <li><b>zaznacza w układzie współrzędnych zbiór punktów, których współrzędne spełniają układ nierówności logarytmicznych z dwiema niewiadomymi.</b></li> </ul>                                                                                            |
| <b>Trygonometria</b>                                                                          |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>Wykresy funkcji trygonometrycznych</li> </ul>          | <ul style="list-style-type: none"> <li>szkicuje wykresy funkcji trygonometrycznych;</li> <li>na podstawie wykresu funkcji <math>y = f(x)</math> szkicuje wykresy funkcji: <math>y = f(x + a)</math>, <math>y = f(x) + a</math>; <math>y = -f(x)</math>, <math>y = f(-x)</math>; <math>y =  f(x) </math>, <math>y = c \cdot f(x)</math>, <math>y = f(cx)</math>;</li> <li>odczytuje własności funkcji z wykresu.</li> </ul>                                                                                                                    |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>Proste równania trygonometryczne</li> </ul>            | <ul style="list-style-type: none"> <li>posługuje się wykresami funkcji trygonometrycznych do rozwiązywania prostych równań ( np. <math>\sin x = a</math>, <math>\cos x = a</math>, <math>\operatorname{tg} x = a</math>);</li> <li>wykorzystuje okresowość funkcji trygonometrycznych.</li> </ul>                                                                                                                                                                                                                                             |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>Równania trygonometryczne</li> </ul>                   | <ul style="list-style-type: none"> <li>rozwiązuje równania trygonometryczne sprowadzalne do równań kwadratowych, <b>wielomianowych i wymiernych;</b></li> </ul>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |

|                                                                                                        |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|                                                                                                        | <ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>rozwiązuje równania trygonometryczne z wartością bezwzględną;</b></li> <li>• <b>rozwiązuje równania trygonometryczne z parametrem;</b></li> <li>• wykorzystuje okresowość funkcji trygonometrycznych.</li> </ul>                                                                                                                                                                                                                                   |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• Proste nierówności trygonometryczne</li> </ul>                | <ul style="list-style-type: none"> <li>• posługuje się wykresami funkcji trygonometrycznych do rozwiązania prostych nierówności (np. <math>\sin x &gt; a</math>, <math>\cos x \leq a</math>, <math>\operatorname{tg} x &gt; a</math>);</li> <li>• wykorzystuje okresowość funkcji trygonometrycznych.</li> </ul>                                                                                                                                                                               |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• Nierówności trygonometryczne</li> </ul>                       | <ul style="list-style-type: none"> <li>• rozwiązuje nierówności trygonometryczne sprowadzalne do nierówności kwadratowych, <b>wielomianowych i wymiernych;</b></li> <li>• <b>rozwiązuje nierówności trygonometryczne z wartością bezwzględną;</b></li> <li>• <b>rozwiązuje nierówności trygonometryczne z parametrem;</b></li> <li>• wykorzystuje okresowość funkcji trygonometrycznych.</li> </ul>                                                                                            |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• Funkcje trygonometryczne sumy argumentów</li> </ul>           | <ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje wzory na sinus i cosinus sumy kątów, w tym do przekształcania wyrażeń zawierających funkcje trygonometryczne (również do uzasadniania tożsamości trygonometrycznych oraz rozwiązywania równań i nierówności trygonometrycznych, np. <math>\sin x + \cos x = 1</math>);</li> <li>• <b>stosuje wzory na tangens i cotangens sumy kątów.</b></li> </ul>                                                                                          |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• Funkcje trygonometryczne różnicy argumentów</li> </ul>        | <ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje wzory na sinus i cosinus różnicy kątów, w tym do przekształcania wyrażeń zawierających funkcje trygonometryczne (również do uzasadniania tożsamości trygonometrycznych oraz rozwiązywania równań i nierówności trygonometrycznych);</li> <li>• <b>stosuje wzory na tangens i cotangens różnicy kątów.</b></li> </ul>                                                                                                                          |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• Funkcje trygonometryczne wielokrotności argumentów</li> </ul> | <ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje wzory na sinus i cosinus wielokrotności kątów, w tym do przekształcania wyrażeń zawierających funkcje trygonometryczne (również do uzasadniania tożsamości trygonometrycznych);</li> <li>• stosuje wzory na sinus i cosinus wielokrotności kątów do rozwiązywania równań i nierówności trygonometrycznych, np. typu: <math>\sin 2x = \frac{1}{2}</math>, <math>\cos 2x &lt; \frac{1}{2}</math>, <math>\sin 2x + \cos x = 1</math>.</li> </ul> |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• Sumy i różnice funkcji trygonometrycznych</li> </ul>          | <ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje wzory na sumę i różnicę sinusów i cosinusów kątów, w tym do przekształcania wyrażeń zawierających funkcje trygonometryczne (również do uzasadniania tożsamości trygonometrycznych);</li> <li>• stosuje wzory na sinus i cosinus wielokrotności kątów do rozwiązywania równań i nierówności trygonometrycznych, np. typu: <math>\sin x + \cos x = 0</math>, <math>\cos 2x + \cos 3x = 0</math>.</li> </ul>                                     |
| <b>Kombinatoryka</b>                                                                                   |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>Silnia. Dwumian Newtona. Trójkąt Pascala</b></li> </ul>    | <ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>zna pojęcie silni;</b></li> <li>• <b>oblicz wartości wyrażeń zawierające silnię;</b></li> <li>• <b>wyznacza rozwinięcie <math>(a + b)^n</math> korzystając ze wzoru dwumianowego Newtona;</b></li> <li>• <b>zna pojęcie Trójkąt Pascala.</b></li> </ul>                                                                                                                                                                                            |

|                                                                                                                                   |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <ul style="list-style-type: none"> <li>Reguła mnożenia, reguła dodawania</li> </ul>                                               | <ul style="list-style-type: none"> <li>zlicza obiekty w prostych sytuacjach kombinatorycznych niewymagających użycia wzorów kombinatorycznych, stosuje regułę mnożenia i regułę dodawania.</li> </ul>                                                                                                                                                                                                                                                        |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>Permutacje</li> </ul>                                                                      | <ul style="list-style-type: none"> <li>wykorzystuje wzory na liczbę permutacji do zliczania obiektów w bardziej złożonych sytuacjach kombinatorycznych.</li> </ul>                                                                                                                                                                                                                                                                                           |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>Wariacje bez powtórzeniami</li> </ul>                                                      | <ul style="list-style-type: none"> <li>wykorzystuje wzory na liczbę wariacji bez powtórzeń do zliczania obiektów w bardziej złożonych sytuacjach kombinatorycznych.</li> </ul>                                                                                                                                                                                                                                                                               |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>Wariacje z powtórzeniami</li> </ul>                                                        | <ul style="list-style-type: none"> <li>wykorzystuje wzory na liczbę wariacji z powtórzeniami do zliczania obiektów w bardziej złożonych sytuacjach kombinatorycznych.</li> </ul>                                                                                                                                                                                                                                                                             |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>Kombinacje</li> </ul>                                                                      | <ul style="list-style-type: none"> <li>wykorzystuje wzory na liczbę kombinacji do zliczania obiektów w bardziej złożonych sytuacjach kombinatorycznych.</li> </ul>                                                                                                                                                                                                                                                                                           |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>Kombinatoryka - zadania</li> </ul>                                                         | <ul style="list-style-type: none"> <li>wykorzystuje wzory na liczbę permutacji, kombinacji, wariacji bez powtórzeń i wariacji z powtórzeniami do zliczania obiektów w bardziej złożonych sytuacjach kombinatorycznych.</li> </ul>                                                                                                                                                                                                                            |
| <b>Rachunek prawdopodobieństwa</b>                                                                                                |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>Doświadczenie losowe, zdarzenia losowe. Działania na zdarzeniach</li> </ul>                | <ul style="list-style-type: none"> <li>zna pojęcia: doświadczenie losowe, zdarzenia losowe, zbiór zdarzeń elementarnych danego doświadczenia losowego;</li> <li>określa zdarzenia elementarne sprzyjające danemu zdarzeniu losowemu;</li> <li><b>określa zdarzenia elementarne sprzyjające zdarzeniu przeciwnemu do danego zdarzenia losowego;</b></li> <li><b>określa zdarzenia elementarne sprzyjające sumie, iloczynowi i różnicy zdarzeń.</b></li> </ul> |
| <ul style="list-style-type: none"> <li><b>Aksjomatyczna definicja prawdopodobieństwa. Własności prawdopodobieństwa</b></li> </ul> | <ul style="list-style-type: none"> <li><b>podaje rozkład prawdopodobieństwa dla rzutów kostką, monetą;</b></li> <li><b>zna i stosuje definicję aksjomatyczną prawdopodobieństwa;</b></li> <li><b>oblicza prawdopodobieństwo zdarzenia przeciwnego;</b></li> <li><b>stosuje twierdzenie o prawdopodobieństwie sumy zdarzeń;</b></li> <li><b>stosuje własności prawdopodobieństwa w dowodach twierdzeń.</b></li> </ul>                                         |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>Klasyczna definicja prawdopodobieństwa. Prawdopodobieństwo klasyczne</li> </ul>            | <ul style="list-style-type: none"> <li>oblicza prawdopodobieństwa w prostych sytuacjach, stosując klasyczną definicję prawdopodobieństwa;</li> <li><b>oblicza prawdopodobieństwa w bardziej złożonych sytuacjach (wymagających m.in. wykorzystania wzorów na liczbę permutacji, kombinacji, wariacji bez powtórzeń i wariacji z powtórzeniami do zliczania obiektów) stosując klasyczną definicję prawdopodobieństwa.</b></li> </ul>                         |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>Zastosowanie drzew do obliczania prawdopodobieństw. Doświadczenia wieloetapowe</li> </ul>  | <ul style="list-style-type: none"> <li>oblicza prawdopodobieństwa zdarzeń losowych za pomocą drzewa.</li> </ul>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>Prawdopodobieństwo warunkowe. <b>Prawdopodobieństwo iloczynu zdarzeń</b></li> </ul>        | <ul style="list-style-type: none"> <li>oblicza prawdopodobieństwo warunkowe i <b>prawdopodobieństwo iloczynu zdarzeń.</b></li> </ul>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |

|                                                                                                                                                           |                                                                                                                                                                                                                                                        |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• Twierdzenie o prawdopodobieństwie całkowitym</li> </ul>                                                          | <ul style="list-style-type: none"> <li>• korzysta z twierdzenia o prawdopodobieństwie całkowitym w rozwiązywaniu zadań.</li> </ul>                                                                                                                     |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• Niezależność zdarzeń</li> </ul>                                                                                  | <ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>bad</b>a, czy dane zdarzenia są niezależne;</li> <li>• wykorzystuje niezależność zdarzeń do obliczania prawdopodobieństwa.</li> </ul>                                                                      |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• Schemat Bernoulliego. Najbardziej prawdopodobna liczba sukcesów w <math>n</math> próbach Bernoulliego</li> </ul> | <ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>potrafi obliczyć</b> prawdopodobieństwo w <math>n</math> próbach Bernoulliego;</li> <li>• <b>potrafi podać</b> najbardziej prawdopodobną liczbę sukcesów w <math>n</math> próbach Bernoulliego.</li> </ul> |

## Statystyka

|                                                                                             |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |
|---------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• Elementy statystyki opisowej</li> </ul>            | <ul style="list-style-type: none"> <li>• potrafi odczytywać i interpretować dane empiryczne z tabel, diagramów i wykresów;</li> <li>• przedstawia dane empiryczne w postaci tabel, diagramów i wykresów;</li> <li>• przeprowadza analizę ilościową przedstawionych danych;</li> <li>• porównuje i określa zależności między odczytanymi danymi.</li> </ul>                                               |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• Parametry podobieństw - miary zgodności</li> </ul> | <ul style="list-style-type: none"> <li>• <i>oblicza średnią arytmetyczną, wyznacza medianę i <b>dominantę</b></i>;</li> <li>• oblicza średnią ważoną zestawu danych (także w przypadku danych odpowiednio pogrupowanych), interpretuje ten parametr dla danych empirycznych;</li> <li>• wykorzystuje średnią arytmetyczną, średnią ważoną, medianę i <b>dominantę</b> do rozwiązywania zadań.</li> </ul> |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• Parametry różnic - miary rozproszenia</li> </ul>   | <ul style="list-style-type: none"> <li>• oblicza odchylenie standardowe zestawu danych (także w przypadku danych odpowiednio pogrupowanych), interpretuje ten parametr dla danych empirycznych.</li> </ul>                                                                                                                                                                                               |

## Graniastoslupy

|                                                                                                 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• Proste i płaszczyzny w przestrzeni</li> </ul>          | <ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>wskazuje</b> w wielościanach proste prostopadłe, równoległe i skośne;</li> <li>• <b>wskazuje</b> w wielościanach rzut prostokątny danego odcinka.</li> </ul>                                                                                                                                                                                                                       |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• Klasyfikacja graniastoslupów</li> </ul>                | <ul style="list-style-type: none"> <li>• <i>sporządza rysunek graniastoslupa wraz z oznaczeniami</i>;</li> <li>• <i>wymienia rodzaje graniastoslupów</i>;</li> <li>• <i>oblicza długość przekątnej sześcianu i prostopadłościanu</i>.</li> </ul>                                                                                                                                                                               |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• Odcinki w graniastoslupach</li> </ul>                  | <ul style="list-style-type: none"> <li>• wskazuje w graniastoslupach kąty między odcinkami (np. krawędziami, krawędziami i przekątnymi itp.), oblicza miary tych kątów;</li> <li>• wskazuje w graniastoslupach kąty między odcinkami i płaszczyznami (między krawędziami i ścianami, przekątnymi i ścianami), oblicza miary tych kątów;</li> <li>• stosuje trygonometrię do obliczeń długości odcinków, miar kątów.</li> </ul> |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• Pole powierzchni i objętość graniastoslupów</li> </ul> | <ul style="list-style-type: none"> <li>• <i>oblicza pole powierzchni i objętość graniastoslupa prostego</i>;</li> <li>• stosuje trygonometrię do obliczeń pól powierzchni i objętości graniastoslupów;</li> <li>• oblicza pole powierzchni i objętość graniastoslupów w bardziej</li> </ul>                                                                                                                                    |

|                                                                                |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |
|--------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|                                                                                | złożonych sytuacjach;<br>• <b>wyznacza skalę podobieństwa brył podobnych;</b><br>• <b>wykorzystuje podobieństwo brył do obliczania objętości.</b>                                                                                                                                                                                                                            |
| <b>Ostrosłupy</b>                                                              |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |
| • Klasyfikacja ostrosłupów.<br>Własności                                       | • sporządza rysunek ostrosłupa wraz z oznaczeniami;<br>• wymienia rodzaje ostrosłupów;<br>• wskazuje w ostrosłupach kąty między odcinkami (np. krawędziami, krawędziami i przekątnymi itp.), oblicza miary tych kątów;<br>• wskazuje w ostrosłupach kąty między odcinkami i płaszczyznami (między krawędziami i ścianami, przekątnymi i ścianami), oblicza miary tych kątów. |
| • Pole powierzchni i objętość ostrosłupów                                      | • oblicza pole powierzchni i objętość ostrosłupa;<br>• stosuje trygonometrię do obliczeń pól powierzchni i objętości ostrosłupów;<br>• oblicza pole powierzchni i objętość ostrosłupów w bardziej złożonych sytuacjach;<br>• <b>wyznacza skalę podobieństwa brył podobnych;</b><br>• <b>wykorzystuje podobieństwo brył do obliczania objętości.</b>                          |
| • Kąt dwuścienny                                                               | • wskazuje w graniastosłupach i ostrosłupach kąty między ścianami;<br>• <b>wyznacza miarę kąta dwuściennego między ścianami bocznymi graniastosłupa i ostrosłupa.</b>                                                                                                                                                                                                        |
| • Przekroje wielościanów                                                       | • określa, jaką figurą jest dany przekrój prostopadłościanu płaszczyzną;<br>• określa, jaką figurą jest dany przekrój graniastosłupa bądź ostrosłupa płaszczyzną;<br>• <b>oblicza pola powierzchni przekrojów graniastosłupów i ostrosłupów.</b>                                                                                                                             |
| <b>Bryły obrotowe</b>                                                          |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |
| • <i>Bryły obrotowe - podstawowe pojęcia. Pole powierzchni i objętość kuli</i> | • wymienia rodzaje brył obrotowych;<br>• sporządza rysunek przekroju osiowego walca i stożka wraz z oznaczeniami;<br>• oblicza pole powierzchni i objętość kuli;<br>• określa, jaką figurą jest dany przekrój sfery.                                                                                                                                                         |
| • Pole powierzchni i objętość walca                                            | • oblicza pole powierzchni i objętość walca;<br>• stosuje trygonometrię do obliczeń pola powierzchni i objętości walca.                                                                                                                                                                                                                                                      |
| • Pole powierzchni i objętość stożka                                           | • oblicza pole powierzchni i objętość stożka;<br>• stosuje trygonometrię do obliczeń pola powierzchni i objętości stożka.                                                                                                                                                                                                                                                    |
| • Bryły obrotowe - zadania                                                     | • rozpoznaje w walcach i w stożkach kąty między odcinkami oraz kąty między odcinkami i płaszczyznami (np. kąt rozwarcia stożka, kąt między tworzącą a podstawą), oblicza miary tych kątów;<br>• stosuje trygonometrię do obliczeń długości odcinków, miar                                                                                                                    |



|                                                                                                        |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|                                                                                                        | <p>kątów brył obrotowych;</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• wyznacza skalę podobieństwa brył podobnych;</li> <li>• wykorzystuje podobieństwo brył do obliczania objętości.</li> </ul>                                                                                                                                                                       |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• Bryły wpisane w kulę i opisane na kuli</li> </ul>             | <ul style="list-style-type: none"> <li>• sporządza rysunki przekrojów osiowych brył wpisanych w kulę i opisanych na kuli;</li> <li>• oblicza pola powierzchni i objętości brył wpisanych w kulę i opisanych na kuli;</li> <li>• stosuje trygonometrię do obliczeń długości odcinków, pól powierzchni i objętości brył wpisanych w kulę i opisanych na kuli;</li> </ul> |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• Inne bryły wpisane i opisane</li> </ul>                       | <ul style="list-style-type: none"> <li>• sporządza rysunki przekrojów osiowych brył wpisanych w bryły i opisanych na bryłach;</li> <li>• oblicza pola powierzchni i objętości brył wpisanych i opisanych;</li> <li>• stosuje trygonometrię do obliczeń długości odcinków, pól powierzchni i objętości brył wpisanych i opisanych na kuli;</li> </ul>                   |
| <b>Arkusze maturalne</b>                                                                               |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• Strategia rozwiązywania zadań zamkniętych</li> </ul>          | <ul style="list-style-type: none"> <li>• zna i stosuje różne strategie rozwiązywania zadań zamkniętych;</li> <li>• dobiera najlepszy (poprawny i najszybszy) sposób wyboru poprawnej odpowiedzi w zależności od sformułowania pytania, np. metodę „prób”, eliminacji i preferencji, rozwiązania problemu.</li> </ul>                                                   |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• Rozwiązywanie zadań otwartych - poziom podstawowy</li> </ul>  | <ul style="list-style-type: none"> <li>• rozwiązuje zadania otwarte krótkiej i rozszerzonej odpowiedzi z poziomu podstawowego;</li> <li>• zwraca uwagę na poprawność zapisu.</li> </ul>                                                                                                                                                                                |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• Rozwiązywanie zadań otwartych - poziom rozszerzony</li> </ul> | <ul style="list-style-type: none"> <li>• rozwiązuje zadania otwarte z poziomu rozszerzonego;</li> <li>• zwraca uwagę na poprawność zapisu.</li> </ul>                                                                                                                                                                                                                  |