

# Przedmiot: **Matematyka**

## **Szkoła: Technikum Łączności nr 14 na podbudowie szkoły podstawowej**

### **Poziom: podstawowy i rozszerzony**

#### **CELE KSZTAŁCENIA - WYMAGANIA OGÓLNE**

**(zawarte w podstawie programowej)**

- I. Sprawność rachunkowa.  
Wykonywanie obliczeń na liczbach rzeczywistych, także przy użyciu kalkulatora, stosowanie praw działań matematycznych przy przekształcaniu wyrażeń algebraicznych oraz wykorzystywanie tych umiejętności przy rozwiązywaniu problemów w kontekstach rzeczywistych i teoretycznych.
- II. Wykorzystanie i tworzenie informacji.
  1. Interpretowanie i operowanie informacjami przedstawionymi w tekście, zarówno matematycznym, jak i popularnonaukowym, a także w formie wykresów, diagramów, tabel.
  2. Używanie języka matematycznego do tworzenia tekstów matematycznych, w tym do opisu prowadzonych rozumowań i uzasadniania wniosków, a także do przedstawiania danych.
- III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji.
  1. Stosowanie obiektów matematycznych i operowanie nimi, interpretowanie pojęć matematycznych.
  2. Dobieranie i tworzenie modeli matematycznych przy rozwiązywaniu problemów praktycznych i teoretycznych.
  3. Tworzenie pomocniczych obiektów matematycznych na podstawie istniejących, w celu przeprowadzenia argumentacji lub rozwiązania problemu.
  4. Wskazywanie konieczności lub możliwości modyfikacji modelu matematycznego w przypadkach wymagających specjalnych zastrzeżeń, dodatkowych założeń, rozważenia szczególnych uwarunkowań.
- IV. Rozumowanie i argumentacja.
  1. Przeprowadzanie rozumowań, także kilkietapowych, podawanie argumentów uzasadniających poprawność rozumowania, odróżnianie dowodu od przykładu.
  2. Dostrzeganie regularności, podobieństw oraz analogii, formułowanie wniosków na ich podstawie i uzasadnianie ich poprawności.
  3. Dobieranie argumentów do uzasadnienia poprawności rozwiązywania problemów, tworzenie ciągu argumentów, gwarantujących poprawność rozwiązania i skuteczność w poszukiwaniu rozwiązań zagadnienia.
  4. Stosowanie i tworzenie strategii przy rozwiązywaniu zadań, również w sytuacjach nietypowych.

# OPIS ZAŁOŻONYCH OSIĄGNIĘĆ UCZNIĄ

## (Wymagania szczegółowe)

Hasła programowe	Wymagania szczegółowe. Uczeń:
<b>KLASA PIERWSZA</b>	
<b>Liczby rzeczywiste</b>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>Wprowadzenie do logiki. Rodzaje zdań złożonych</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>rozdziela pojęcia: zdanie logiczne, alternatywa, koniunkcja, implikacja, równoważność zdań;</li> <li>potrafi zapisać symbolicznie poznane pojęcia;</li> <li>potrafi podać wartość logiczną zdania.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>Zaprzeczenie zdań złożonych</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>potrafi podać negację zdania prostego;</li> <li>potrafi podać zaprzeczenie alternatywy, koniunkcji i implikacji;</li> <li>zna podstawowe prawa rachunku zdań.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>Formy zdaniowe. Kwantyfikatory. Zaprzeczenie zdań z kwantyfikatorem</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>rozdziela pojęcia: forma zdaniowa, dziedzina formy zdaniowej, element spełniający formę zdaniową, kwantyfikator ogólny i szczegółowy;</li> <li>zapisuje kwantyfikatory za pomocą symboli;</li> <li>potrafi podać i zapisać symbolicznie zaprzeczenie zdania z kwantyfikatorem.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>Prawa logiczne. Kwadrat logiczny twierdzeń</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>potrafi podać podstawowe prawa logiczne i zapisać je symbolicznie;</li> <li>potrafi podać i zapisać twierdzenie odwrotne, przeciwne i przeciwstawne do danego.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li><i>Liczby naturalne</i></li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>podaje przykłady liczb pierwszych, parzystych i nieparzystych;</li> <li>stosuje cechy podzielności liczby przez 2, 3, 5, 9;</li> <li>wypisuje dzielniki danej liczby naturalnej;</li> <li>wykonuje dzielenie z resztą liczb naturalnych;</li> <li>oblicza NWD i NWW dwóch liczb naturalnych;</li> <li>udowadnia istnienie nieskończenie wielu liczb pierwszych;</li> <li>przeprowadza dowody twierdzeń dotyczących podzielności liczb i reszt z dzielenia np:               <ol style="list-style-type: none"> <li>dowód podzielności przez 24 iloczynu czterech kolejnych liczb naturalnych,</li> <li>dowód własności: jeżeli liczba przy dzieleniu przez 4 daje resztę 3, to nie jest kwadratem liczby całkowitej.</li> </ol> </li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li><i>Liczby całkowite i wymierne</i></li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>rozpoznaje wśród podanych liczb liczby całkowite i wymierne;</li> <li>oblicza wartości wyrażeń arytmetycznych (wymiernych);</li> </ul>

	<ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje powszechnie przyjęte oznaczenia zbiorów liczbowych, a w szczególności: dla liczb całkowitych symbol <math>\mathbf{Z}</math>, dla liczb wymiernych <math>\mathbf{Q}</math>.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Liczby niewymierne</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• wskazuje wśród podanych liczb liczby niewymierne;</li> <li>• szacuje wartości nieskomplikowanych wyrażeń arytmetycznych zawierających liczby niewymierne;</li> <li>• wykazuje, dobierając odpowiednio przykłady, że suma, różnica, iloczyn oraz iloraz liczb niewymiernych nie muszą być liczbami niewymiernymi;</li> <li>• przeprowadza dowody, np. że liczba <math>\sqrt{2}</math> jest niewymierna, że suma (iloczyn) liczby wymiernej i niewymiernej jest liczbą niewymierną.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• <i>Rozwinięcie dziesiętne liczby rzeczywistej.</i></li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• wskazuje wśród podanych liczb w postaci dziesiętnej liczby wymierne oraz niewymierne;</li> <li>• <i>wyznacza rozwinięcie dziesiętne ułamków zwykłych;</i></li> <li>• wyznacza wskazaną cyfrę po przecinku liczby podanej w postaci rozwinięcia dziesiętnego okresowego;</li> <li>• przedstawia liczbę podaną w postaci ułamka dziesiętnego (<i>skończonego lub nieskończonego okresowego</i>) w postaci ułamka zwykłego;</li> <li>• <i>podaje przybliżenia liczb z podaną dokładnością i określa błąd tego przybliżenia ( ocenia, jakie jest to przybliżenie – z nadmiarem czy niedomiarem.</i></li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• <i>Pierwiastek z liczby nieujemnej. Pierwiastek nieparzystego stopnia</i></li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <i>oblicza wartość pierwiastka dowolnego stopnia z liczby nieujemnej;</i></li> <li>• <i>wyłącza czynnik przed znak pierwiastka;</i></li> <li>• <i>włącza czynnik pod znak pierwiastka;</i></li> <li>• <i>wyznacza wartości wyrażeń arytmetycznych zawierających pierwiastki, stosując prawa działań na pierwiastkach;</i></li> <li>• <i>oblicza wartość pierwiastka nieparzystego stopnia z liczby rzeczywistej;</i></li> <li>• <i>wyznacza wartości wyrażeń arytmetycznych zawierających pierwiastki nieparzystego stopnia z liczb rzeczywistych, stosując prawa działań na pierwiastkach.</i></li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Potęga o wykładniku całkowitym</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <i>oblicza wartość potęgi liczby o wykładniku naturalnym i całkowitym ujemnym;</i></li> <li>• <i>stosuje twierdzenia o działaniach na potęgach do obliczania wartości wyrażeń;</i></li> <li>• <i>stosuje twierdzenia o działaniach na potęgach do upraszczania wyrażeń algebraicznych.</i></li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• <i>Notacja wykładnicza</i></li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <i>zapisuje i odczytuje liczbę w notacji wykładniczej;</i></li> <li>• <i>wykonuje działania na liczbach zapisanych w notacji wykładniczej.</i></li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Potęga o wykładniku</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• oblicza wartość potęgi liczby o wykładniku wymiernym;</li> </ul>

wymiernym	<ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje prawa działań na potęgach o wykładniku wymiernym;</li> <li>• wykorzystuje podstawowe własności potęg (również w zagadnieniach związanych z innymi dziedzinami wiedzy, np. fizyką, chemią, informatyką);</li> <li>• udowadnia podstawowe własności potęg (o wykładnikach całkowitych i wymiernych);</li> <li>• stosuje własności monotoniczności potęgowania, w szczególności własności: "jeśli <math>x &lt; y</math> oraz <math>a &gt; 1</math>, to <math>a^x &lt; a^y</math>, zaś gdy jeśli <math>x &lt; y</math> oraz <math>0 &lt; a &lt; 1</math>, to <math>a^x &gt; a^y</math>";</li> <li>• stosuje związek pierwiastkowania z potęgowaniem oraz prawa działań na potęgach i pierwiastkach.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Liczby rzeczywiste</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• przedstawia liczby rzeczywiste w różnych postaciach (np. ułamka zwykłego, ułamka dziesiętnego okresowego, z użyciem symboli pierwiastków, potęg).</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Logarytm i jego własności</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje definicję logarytmu do obliczania jego wartości;</li> <li>• stosuje związek logarytmowania z potęgowaniem;</li> <li>• stosuje w obliczeniach wzory na logarytm iloczynu, logarytm ilorazu, logarytm potęgi i wzór na zamianę podstawy logarytmu;</li> <li>• stosuje związek logarytmowania z potęgowaniem,</li> <li>• udowadnia niewymierność wskazanych liczb, np. <math>\log_2 5</math>;</li> <li>• udowadnia podstawowe własności logarytmów.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Procenty</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• wykonuje obliczenia procentowe: oblicza, jakim procentem jednej liczby jest druga liczba, wyznacza liczbę, gdy dany jest jej procent, zmniejsza i zwiększa liczbę o dany procent;</li> <li>• interpretuje pojęcia procentu i punktu procentowego;</li> <li>• oblicza np. podatki, zyski z lokat.</li> </ul>
<b>Język matematyki</b>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Zbiory. Działania na zbiorach.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• posługuje się pojęciami: zbiór, podzbiór, zbiór pusty, zbiór skończony, zbiór nieskończony;</li> <li>• wymienia elementy danego zbioru oraz elementy nienależące do niego;</li> <li>• opisuje słownie i symbolicznie dany zbiór;</li> <li>• określa relację zawierania zbiorów;</li> <li>• wyznacza iloczyn, sumę, różnicę oraz iloczyn kartezjański danych zbiorów;</li> <li>• zapisuje symbolicznie działania na zbiorach;</li> <li>• przedstawia na diagramie zbiór, który jest wynikiem działań na trzech dowolnych zbiorach.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Przedziały. Działania na przedziałach</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• posługuje się pojęciem przedziału liczbowego;</li> <li>• rozróżnia pojęcia: przedział otwarty, domknięty, lewostronnie domknięty, prawostronnie domknięty,</li> </ul>

	<p>nieograniczony;</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• zaznacza przedział na osi liczbowej;</li> <li>• odczytuje i zapisuje symbolicznie przedział zaznaczony na osi liczbowej;</li> <li>• wymienia liczby należące do przedziału, spełniające zadane warunki;</li> <li>• wyznacza iloczyn, sumę i różnicę przedziałów oraz zaznacza je na osi liczbowej;</li> <li>• wyznacza iloczyn, sumę i różnicę różnych zbiorów liczbowych oraz zapisuje je symbolicznie.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Rozwiązywanie nierówności</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• sprawdza, czy dana liczba rzeczywista jest rozwiązaniem nierówności;</li> <li>• przekształca nierówności w sposób równoważny;</li> <li>• rozpoznaje nierówności sprzeczne i tożsamościowe oraz podaje ich zbiór rozwiązań;</li> <li>• rozwiązuje nierówności pierwszego stopnia z jedną niewiadomą;</li> <li>• zapisuje zbiór rozwiązań nierówności w postaci przedziału;</li> <li>• rozwiązuje układy nierówności pierwszego stopnia z jedną niewiadomą;</li> <li>• stosuje nierówności podczas rozwiązywania zadań tekstowych.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• <i>Rachunek algebraiczny</i></li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <i>wyłącza jednomian przed nawias;</i></li> <li>• <i>mnoży sumę algebraiczną przez sumę algebraiczną;</i></li> <li>• <i>wykorzystuje wyrażenia algebraiczne do opisu zależności;</i></li> <li>• <i>przekształca wzory, oblicza zadaną wielkość ze wzoru;</i></li> <li>• <i>stosuje działania na wyrażeniach algebraicznych do dowodzenia np. podzielności, rozwiązywania równań.</i></li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Wzory skróconego mnożenia <math>(a+b)^2</math>, <math>(a-b)^2</math> oraz <math>a^2 - b^2</math></li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• używa wzorów skróconego mnożenia na <math>(a+b)^2</math>, <math>(a-b)^2</math> oraz <math>a^2 - b^2</math>;</li> <li>• stosuje wzory skróconego mnożenia do wykonywania działań na liczbach postaci <math>a + b\sqrt{c}</math>.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Usuwanie niewymierności z mianownika ułamka</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• usuwa niewymierność z mianownika ułamka.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Zastosowanie wzorów skróconego mnożenia</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• rozkłada wyrażenie na czynniki;</li> <li>• stosuje wzory skróconego mnożenia do rozwiązywania równań;</li> <li>• stosuje wzory skróconego mnożenia do wykonywania działań na liczbach zapisanych z użyciem symboli pierwiastków i potęg;</li> <li>• stosuje wzory skróconego mnożenia do dowodzenia własności liczb.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Zastosowanie przekształceń algebraicznych</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• przekształca wyrażenie algebraiczne z zastosowaniem wzorów skróconego mnożenia;</li> </ul>

	<ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje działania na wyrażeniach algebraicznych do dowodzenia np. podzielności, znaku wyrażenia, rozwiązywania równań.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• <i>Wartość bezwzględna - definicja i własności</i></li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <i>oblicza wartość bezwzględną danej liczby;</i></li> <li>• stosuje interpretację algebraiczną wartości bezwzględnej;</li> <li>• stosuje podstawowe własności wartości bezwzględnej;</li> <li>• korzystając z własności wartości bezwzględnej, upraszcza wyrażenia z wartością bezwzględną.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Interpretacja geometryczna wartości bezwzględnej</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• wykorzystuje pojęcie wartości bezwzględnej i jej interpretację geometryczną;</li> <li>• zaznacza na osi liczbowej zbiory opisane za pomocą równań i nierówności typu: <math> x - a  = b</math>, <math> x - a  &lt; b</math>, <math> x - a  \geq b</math>.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Równania i nierówności z wartością bezwzględną</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• sprawdza, czy dana liczba jest rozwiązaniem równania lub nierówności;</li> <li>• stosując interpretację geometryczną rozwiązuje równania i nierówności z wartością bezwzględną typu: <math> x + 4  = 5</math>, <math> x - 2  &lt; 3</math>, <math> x + 3  \geq 4</math>.</li> <li>• rozwiązuje równania i nierówności z wartością bezwzględną, stosując definicję oraz własności wartości bezwzględnej;</li> <li>• rozwiązuje równania i nierówności z wartością bezwzględną o poziomie trudności nie większym, niż: <math>  x + 1  - 2  = 3</math>, <math> 3 +  x - 2   \leq 4</math>, <math> 3x - 6  = 7 +  x - 2 </math>.</li> </ul>
<b>Układy równań</b>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Układ równań liniowych z dwiema niewiadomymi</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• zna pojęcie układu równań liniowych z dwiema niewiadomymi;</li> <li>• sprawdza, czy dana para liczb jest rozwiązaniem układu równań;</li> <li>• określa, czy dany układ jest oznaczony, nieoznaczony czy sprzeczny.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Rozwiązywanie układów równań metodą podstawiania</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• rozwiązuje układ równań liniowych z dwiema niewiadomymi metodą podstawiania.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Rozwiązywanie układów równań metodą przeciwnych współczynników</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• rozwiązuje układ równań liniowych z dwiema niewiadomymi metodą przeciwnych współczynników.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Układy równań – zadania tekstowe</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje układy równań do rozwiązywania zadań tekstowych.</li> </ul>
<b>Funkcje i ich własności</b>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Pojęcie funkcji. Sposoby opisu funkcji</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• zna definicję funkcji;</li> <li>• określa funkcje jako jednoznaczne przyporządkowanie za pomocą opisu słownego, tabeli, wykresu, wzoru (także różnymi wzorami na różnych przedziałach);</li> </ul>

	<ul style="list-style-type: none"> <li>• odczytuje i interpretuje wartości funkcji określonych za pomocą tabel, wykresów, wzorów np., również w sytuacjach wielokrotnego użycia tego samego źródła informacji lub kilku źródeł jednocześnie.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Dziedzina, miejsca zerowe, zbiór wartości funkcji</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• zna pojęcie dziedziny, miejsca zerowego i zbioru wartości funkcji;</li> <li>• oblicza ze wzoru wartość funkcji dla danego argumentu;</li> <li>• posługuje się poznanymi metodami rozwiązywania równań do obliczenia, dla jakiego argumentu funkcja przyjmuje daną wartość.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Wyznaczanie dziedziny funkcji</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• wyznacza dziedzinę funkcji opisaną różnymi wzorami ( także różnymi wzorami na różnych przedziałach).</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Wyznaczanie miejsc zerowych funkcji</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• wyznacza miejsca zerowe funkcji opisaną różnymi wzorami ( także różnymi wzorami na różnych przedziałach) posługując się poznanymi metodami rozwiązywania równań.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Wykres funkcji. Szkicowanie wykresów funkcji</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• szkicuje wykres funkcji, uwzględniając jej dziedzinę;</li> <li>• szkicuje wykresy funkcji określonej różnymi wzorami w różnych przedziałach.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Monotoniczność funkcji</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• zna pojęcie funkcji rosnącej, malejącej, stałej;</li> <li>• uzasadnia z definicji monotoniczność funkcji.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>Różnowartościowość funkcji</b></li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>zna definicję funkcji różnowartościowej;</b></li> <li>• <b>potrafi na podstawie wykresu określić różnowartościowość funkcji;</b></li> <li>• <b>potrafi, korzystając z definicji, sprawdzić różnowartościowość funkcji.</b></li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Odczytywanie własności funkcji z wykresu</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• odczytuje z wykresu własności funkcji: dziedzinę, zbiór wartości, miejsca zerowe;</li> <li>• odczytuje: maksymalne przedziały, w których funkcja jest malejąca, rosnąca, ma stały znak;</li> <li>• odczytuje: przedziały, w których funkcja przyjmuje wartości większe (nie mniejsze) lub mniejsze (nie większe) od danej liczby;</li> <li>• odczytuje: największe i najmniejsze wartości funkcji ( o ile istnieją) w danym przedziale domkniętym oraz argumenty, dla których wartości największe i najmniejsze są przez funkcję przyjmowane;</li> <li>• rozwiązuje równania i nierówności ( również z parametrem), korzystając z wykresu funkcji.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Pojęcie wektora. Wektory w układzie współrzędnych</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• rozróżnia pojęcia: wektor, początek i koniec wektora, kierunek i zwrot wektora, współrzędne wektora, długość wektora;</li> <li>• zaznacza wektory w układzie współrzędnych;</li> <li>• oblicza współrzędne oraz długość wektora;</li> <li>• wyznacza współrzędne początku i końca wektora (przy odpowiednich danych);</li> </ul>

	<ul style="list-style-type: none"> <li>• dodaje i odejmuje wektory oraz mnoży je przez liczbę;</li> <li>• interpretuje geometrycznie działania na wektorach.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Translacje wykresów funkcji</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• na podstawie wykresu funkcji <math>y = f(x)</math> szkicuje wykresy funkcji: <math>y = f(x - p)</math>, <math>y = f(x) + q</math>;</li> <li>• stosuje wektory do opisu przesunięcia wykresu funkcji.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Symetrie wykresów funkcji</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• na podstawie wykresu funkcji <math>y = f(x)</math> szkicuje wykresy funkcji: <math>y = -f(x)</math>, <math>y = f(-x)</math>;</li> <li>• <b>na podstawie wykresu funkcji <math>y = f(x)</math> szkicuje wykres funkcji: <math>y = -f(-x)</math>.</b></li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Wykresy funkcji z wartością bezwzględną</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>na podstawie wykresu funkcji <math>y = f(x)</math> szkicuje wykres funkcji: <math>y =  f(x) </math>;</b></li> <li>• <b>na podstawie wykresu funkcji <math>y = f(x)</math> szkicuje wykresy funkcji: <math>y = f( x )</math> oraz <math>y =  f( x )</math>.</b></li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Przekształcenia wykresów funkcji - zadania</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje złożenia funkcji przy rysowaniu wykresów funkcji złożonych;</li> <li>• rozwiązuje równania i nierówności, korzystając z wykresu funkcji;</li> <li>• korzystając z wykresu funkcji wyznacza liczbę rozwiązań równań i nierówności w zależności od parametrów, podaje warunki, przy których rozwiązania mają żadaną własność i wyznacza rozwiązania w zależności od parametrów.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Parzystość i nieparzystość funkcji</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>zna definicję funkcji parzystej i nieparzystej;</b></li> <li>• <b>potrafi na podstawie wykresu określić parzystość i nieparzystość funkcji;</b></li> <li>• <b>potrafi, korzystając z definicji, sprawdzić parzystość i nieparzystość funkcji.</b></li> </ul>
<b>Funkcja liniowa</b>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Funkcja liniowa – wykres, własności</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• rysuje wykres funkcji liniowej, korzystając z jej wzoru;</li> <li>• interpretuje współczynniki występujące we wzorze funkcji liniowej;</li> <li>• interpretuje współczynniki występujące we wzorze funkcji liniowej.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Własności funkcji liniowej - zadania</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• wyznacza wzór funkcji liniowej na podstawie informacji o funkcji lub o jej wykresie;</li> <li>• wyznacza współrzędne punktów przecięcia się wykresu funkcji z osiami układu współrzędnych;</li> <li>• rozwiązuje zadania z parametrem dotyczące własności funkcji liniowej - zapisuje założenia, aby zachodziły warunki podane w treści zadania i wyznacza te wartości parametru, dla których są one spełnione.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Zastosowanie funkcji liniowej</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje pojęcie funkcji liniowej do opisywania zjawisk</li> </ul>



	<p>z życia codziennego ( podaje opis matematyczny zjawiska w postaci wzoru funkcji liniowej);</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>wykorzystuje własności funkcji liniowej do interpretacji zagadnień geometrycznych, fizycznych itp. (także osadzonych w kontekście praktycznym);</li> <li>rozwiązuje zadania tekstowe prowadzące do równań i nierówności z jedną niewiadomą oraz układów równań z dwiema niewiadomymi.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>Równania i nierówności liniowe z parametrem</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>przeprowadza analizę zadań z parametrem;</li> <li>wyznacza liczbę rozwiązań równań i nierówności w zależności od parametrów;</li> <li>podaje warunki, przy których rozwiązania mają żadaną własność i wyznacza rozwiązania w zależności od parametrów;</li> <li>zapisuje założenia, aby zachodziły warunki podane w treści zadania i wyznacza te wartości parametru, dla których są one spełnione.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>Równanie prostej – postać kierunkowa i ogólna</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>wyznacza równanie prostej przechodzącej przez dwa dane punkty (w postaci kierunkowej lub ogólnej);</li> <li>zamienia jedną postać na drugą;</li> <li>interpretuje współczynniki w równaniu kierunkowym i ogólnym prostej;</li> <li>wyznacza równanie prostej o znanym współczynniku kierunkowym przechodzącej przez dany punkt.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>Warunek równoległości prostych</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>podaje warunki równoległości prostych w postaci kierunkowej oraz ogólnej;</li> <li>bada równoległość prostych na podstawie ich równań kierunkowych oraz ogólnych;</li> <li>wyznacza równanie prostej, która jest równoległa do prostej danej w postaci kierunkowej lub ogólnej i przechodzi przez dany punkt;</li> <li>bada równoległość prostych na podstawie ich równań kierunkowych oraz ogólnych w zadaniach z parametrem.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>Warunek prostopadłości prostych</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>podaje warunki prostopadłości prostych w postaci kierunkowej oraz ogólnej;</li> <li>bada prostopadłość prostych na podstawie ich równań kierunkowych oraz ogólnych;</li> <li>wyznacza równanie prostej, która jest prostopadła do prostej danej w postaci kierunkowej lub ogólnej i przechodzi przez dany punkt;</li> <li>bada prostopadłość prostych na podstawie ich równań kierunkowych oraz ogólnych w zadaniach z parametrem.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>Równanie prostej - zadania</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>oblicza współrzędne punktu przecięcia dwóch prostych;</li> <li>rozpoznaje wzajemne położenie prostych na płaszczyźnie na podstawie ich równań, w tym znajduje wspólny punkt dwóch</li> </ul>

	<p>prostych, jeśli taki istnieje;</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>wyznacza równanie symetralnej odcinka;</li> <li>wyznacza równanie prostej zawierającej wysokość trójkąta, środkową trójkąta, boki wielokątów.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>Interpretacja geometryczna układów równań I stopnia z dwiema niewiadomymi</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>rozwiązuje układ równań metodą graficzną;</li> <li>podaje interpretację geometryczną układów oznaczonych, nieoznaczonych i sprzecznych;</li> <li>wykorzystuje interpretację geometryczną układu równań do określenia liczby rozwiązań układu równań;</li> <li>wykorzystuje związek między liczbą rozwiązań układu równań a położeniem dwóch prostych.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>Układy nierówności liniowych I stopnia z dwiema niewiadomymi</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li><b>interpretuje graficznie nierówności z dwiema niewiadomymi oraz pojęcie półpłaszczyzny otwartej i domkniętej;</b></li> <li><b>zaznacza w układzie współrzędnych zbiór punktów, których współrzędne spełniają układ nierówności liniowych z dwiema niewiadomymi;</b></li> <li><b>zapisuje układ nierówności opisujący zbiór punktów przedstawionych w układzie współrzędnych;</b></li> <li><b>rozwiązuje graficznie układ kilku nierówności z dwiema niewiadomymi.</b></li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>Metoda wyznacznikowa rozwiązywania układów równań liniowych</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li><b>rozwiązuje układy równań liniowych metodą wyznacznikową.</b></li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>Układy równań liniowych – zadania z parametrem</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>przeprowadza dyskusję ilości rozwiązań układu równań w zależności od parametrów i wyznacza rozwiązania;</li> <li>zapisuje założenia, aby zachodziły warunki podane w treści zadania i wyznacza te wartości parametru, dla których są one spełnione.</li> </ul>
<b>KLASA DRUGA</b>	
<b>Wartość bezwzględna</b>	
<ul style="list-style-type: none"> <li><i>Wartość bezwzględna - powtórzenie</i></li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li><i>oblicza wartość bezwzględną danej liczby;</i></li> <li>stosuje interpretację algebraiczną wartości bezwzględnej;</li> <li>stosuje podstawowe własności wartości bezwzględnej; korzystając z własności wartości bezwzględnej, upraszcza wyrażenia z wartością bezwzględną.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>Równania i nierówności z wartością bezwzględną</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>rozwiązuje równania i nierówności z wartością bezwzględną, stosując definicję oraz własności wartości bezwzględnej;</li> <li>rozwiązuje równania i nierówności z wartością bezwzględną np: <math>  x+1 -2 =3</math>, <math>2 x+3 +3 x-1 =13</math>, <math> x+2 +2 x-3 &lt;11</math>.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>Wykresy funkcji z wartością bezwzględną</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Rysuje wykresy funkcji np. <math>f(x) =  1- x+2  -4</math>;</li> </ul>

	$f(x) = \sqrt{1+2x+x^2} - x, \quad f(x) = \sqrt{1-6x+9x^2} - \sqrt{x^2+2x+1}$
<b>Funkcja kwadratowa</b>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>Jednomian kwadratowy – definicja, własności</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>interpretuje współczynnik występujący we wzorze funkcji;</li> <li>szkicuje wykres jednomianu;</li> <li>wyznacza wzór jednomianu na podstawie pewnych informacji o tej funkcji lub o jej wykresie;</li> <li>odczytuje z wykresu własności funkcji (dziedzinę, zbiór wartości, miejsca zerowe, maksymalne przedziały, w których funkcja jest malejąca, rosnąca, ma stały znak; argumenty, dla których funkcja przyjmuje w podanym przedziale wartość największą lub najmniejszą).</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>Przesunięcie wykresu funkcji <math>f(x) = ax^2</math> o wektor</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>na podstawie wykresu funkcji <math>f(x) = ax^2</math> szkicuje wykresy funkcji: <math>f(x) = ax^2 + q, \quad f(x) = a(x-p)^2</math>;</li> <li>stosuje wektory do opisu przesunięcia wykresu funkcji;</li> <li>odczytuje z wykresu własności funkcji (dziedzinę, zbiór wartości, miejsca zerowe, maksymalne przedziały, w których funkcja jest malejąca, rosnąca, ma stały znak; argumenty, dla których funkcja przyjmuje w podanym przedziale wartość największą lub najmniejszą).</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>Postać kanoniczna i ogólna funkcji kwadratowej</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>interpretuje współczynniki występujące we wzorze funkcji kwadratowej w postaci kanonicznej i w postaci ogólnej;</li> <li>przekształca wzór funkcji kwadratowej w postaci kanonicznej na ogólną i odwrotnie;</li> <li>wyznacza wzór funkcji kwadratowej na podstawie pewnych informacji o tej funkcji lub o jej wykresie;</li> <li>uzasadnia z definicji monotoniczność funkcji kwadratowej w przedziale.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>Postać iloczynowa funkcji kwadratowej. Pierwiastki trójmianu kwadratowego</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Wyznacza równanie funkcji kwadratowej w postaci iloczynowej (o ile istnieje);</li> <li>interpretuje współczynniki występujące we wzorze funkcji kwadratowej w postaci iloczynowej (o ile istnieje);</li> <li>przekształca wzór funkcji kwadratowej z jednej postaci na inną;</li> <li>wyznacza wzór funkcji kwadratowej na podstawie pewnych informacji o tej funkcji lub o jej wykresie;</li> <li>oblicza pierwiastki trójmianu kwadratowego;</li> <li>podaje warunki istnienia pierwiastków;</li> <li>udowadnia wzór na pierwiastki trójmianu kwadratowego.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>Wykres funkcji kwadratowej</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>szkicuje wykres funkcji kwadratowej danej wzorem;</li> <li>wyznacza wzór funkcji kwadratowej na podstawie pewnych informacji o jej wykresie;</li> <li>przekształca wykresy funkcji kwadratowej.</li> </ul>

<ul style="list-style-type: none"> <li>• Wartość największa i najmniejsza funkcji kwadratowej</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• wyznacza wartość najmniejszą i wartość największą funkcji kwadratowej w przedziale domkniętym.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Zadania optymalizacyjne</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• wykorzystuje własności funkcji kwadratowej do interpretacji zagadnień optymalizacyjnych geometrycznych, fizycznych itp. (także osadzonych w kontekście praktycznym);</li> <li>• rozwiązuje zadania optymalizacyjne.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Równania kwadratowe</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• sprawdza, czy dana liczba rzeczywista jest rozwiązaniem równania;</li> <li>• rozwiązuje równanie kwadratowe z jedną niewiadomą przez rozkład na czynniki;</li> <li>• rozwiązuje równania kwadratowe korzystając ze wzorów;</li> <li>• interpretuje geometrycznie rozwiązania równania kwadratowego;</li> <li>• rozwiązuje równania kwadratowe z wartością bezwzględną.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Zadania tekstowe z zastosowaniem równań kwadratowych</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• rozwiązuje zadania tekstowe prowadzące do równań kwadratowych z jedną niewiadomą;</li> <li>• wykorzystuje własności funkcji kwadratowej do interpretacji zagadnień geometrycznych, fizycznych itp. (także osadzonych w kontekście praktycznym).</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Równania sprowadzalne do równań kwadratowych</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• rozwiązuje równania prowadzące do równań kwadratowych z jedną niewiadomą.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Nierówności kwadratowe</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• sprawdza, czy dana liczba rzeczywista jest rozwiązaniem nierówności;</li> <li>• rozwiązuje nierówności kwadratowe z jedną niewiadomą;</li> <li>• stosuje związek między rozwiązaniem nierówności kwadratowej a znakiem wartości odpowiedniej funkcji kwadratowej do rozwiązywania zadań;</li> <li>• rozwiązuje nierówności kwadratowe z wartością bezwzględną.</li> </ul>

<ul style="list-style-type: none"> <li>• Układy równań i nierówności, z których co najmniej jedno jest stopnia drugiego</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• rozwiązuje układy równań, prowadzące do równań kwadratowych;</li> <li>• rozwiązuje metodą podstawiania układy równań prowadzące do rozwiązywania równań kwadratowych, tj. układy, z których jedno równanie jest równaniem pierwszego, a drugie drugiego stopnia z dwiema niewiadomymi, postaci: <math display="block">\begin{cases} ax + by = e \\ y = cx^2 + dx + f \end{cases};</math> </li> <li>• znajduje punkty wspólne prostej i paraboli będącej wykresem funkcji kwadratowej;</li> <li>• rozwiązuje układy równań i nierówności metodą graficzną;</li> <li>• wykorzystuje interpretację geometryczną układu równań do określenia liczby rozwiązań tego układu;</li> <li>• zaznacza w układzie współrzędnych zbiór punktów, których współrzędne spełniają układy równań lub nierówności, z których co najmniej jedno jest stopnia drugiego;</li> <li>• zapisuje układ nierówności opisujący zbiór punktów przedstawionych w układzie współrzędnych.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Wzory Viète'a</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje wzory Viète'a dla równań kwadratowych;</li> <li>• wyprowadza wzory Viète'a.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Równania i nierówności kwadratowe z parametrem</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• określa ilość pierwiastków równania kwadratowego w zależności od parametru;</li> <li>• przeprowadza analizę zadań z parametrem;</li> <li>• ustala założenia, aby zachodziły warunki podane w treści zadania i wyznacza te wartości parametru, dla których są one spełnione.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Funkcja kwadratowa – zadania z parametrem</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• przeprowadza analizę zadań z parametrem;</li> <li>• ustala założenia, aby zachodziły warunki podane w treści zadania i wyznacza te wartości parametru, dla których są one spełnione;</li> <li>• <b>rozwiązuje układy równań i nierówności z parametrem, z których co najmniej jedno jest stopnia drugiego</b></li> </ul>
<b>Wielomiany</b>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Wzory skróconego mnożenia: <math>(a+b)^3</math>, <math>(a-b)^3</math>, <math>a^3+b^3</math>, <math>a^3-b^3</math>, <math>a^n-b^n</math>.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• używa wzorów skróconego mnożenia na <math>(a+b)^3</math>, <math>(a-b)^3</math>, <math>a^3+b^3</math>, <math>a^3-b^3</math> oraz <math>a^n-b^n</math>;</li> <li>• przekształca wyrażenie algebraiczne, w tym do postaci iloczynowej, z zastosowaniem wzorów skróconego mnożenia;</li> <li>• stosuje wzory skróconego mnożenia do wykonywania działań na liczbach zapisanych z użyciem symboli pierwiastków;</li> <li>• usuwa niewymierność z mianownika ułamka.</li> </ul>

<ul style="list-style-type: none"> <li>• Stopień i współczynnik wielomianu</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• zna pojęcie wielomianu stopnia <math>n</math> (<math>n \in N_+</math>) jednej zmiennej rzeczywistej;</li> <li>• podaje współczynniki i stopień wielomianu;</li> <li>• oblicza sumę współczynników wielomianu;</li> <li>• <b>określa stopień wielomianu w zależności od parametru.</b></li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Równość wielomianów. Działania na wielomianach</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• zna i stosuje twierdzenie o równości wielomianów;</li> <li>• dodaje, odejmuje i mnoży wielomiany jednej i wielu zmiennych.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Dzielenie wielomianów</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• dzieli wielomiany przez dwumian <math>x - a</math> oraz <math>ax + b</math>;</li> <li>• dzieli wielomiany;</li> <li>• dzieli wielomian przez dwumian za pomocą schematu Hornera.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Rozkład wielomianu na czynniki</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• rozkłada wielomian na czynniki, stosując wzory skróconego mnożenia lub wyłączając wspólny czynnik przed nawias;</li> <li>• rozkłada wielomian na czynniki, stosując metodą grupowania wyrazów, w przypadkach nie trudniejszych niż rozkład wielomianu <math>W(x) = 2x^3 - \sqrt{3}x^2 + 4x - 2\sqrt{3}</math>.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Pierwiastki wielomianu. Twierdzenie Bézouta</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• sprawdza, czy dana liczba rzeczywista jest pierwiastkiem wielomianu;</li> <li>• zna pojęcie pierwiastka wielomianu;</li> <li>• stosuje twierdzenie Bézouta;</li> <li>• rozkłada wielomian na czynniki korzystając z twierdzenia Bézouta;</li> <li>• stosuje twierdzenie Bézouta w zadaniach z parametrem.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Twierdzenie o reszcie. Pierwiastki wielokrotne wielomianu</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje twierdzenie o reszcie z dzielenia wielomianu przez dwumian <math>x - a</math>;</li> <li>• przeprowadza dowód twierdzenia o dzieleniu z resztą wielomianu przez dwumian postaci <math>x - a</math> wraz ze wzorami rekurencyjnymi na współczynniki ilorazu i resztę (algorytm Hornera) - dowód można przeprowadzić w szczególnym przypadku, np. dla wielomianu czwartego stopnia.</li> <li>• zna pojęcie pierwiastka wielokrotnego wielomianu;</li> <li>• stosuje twierdzenie o reszcie z dzielenia wielomianu przez dwumian <math>x - a</math> w zadaniach z parametrem.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Pierwiastki całkowite i pierwiastki wymierne wielomianu</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• potrafi podać liczby, które mogą być pierwiastkami wielomianu;</li> <li>• znajduje pierwiastki całkowite i wymierne wielomianu o współczynnikach całkowitych;</li> <li>• stosuje twierdzenie o pierwiastkach wymiernych wielomianu o współczynnikach całkowitych.</li> </ul>

<ul style="list-style-type: none"> <li>Równania wielomianowe</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• sprawdza, czy dana liczba rzeczywista jest rozwiązaniem równania;</li> <li>• korzysta z definicji pierwiastka do rozwiązywania równań typu <math>x^3 = -8</math>;</li> <li>• korzysta z własności iloczynu przy rozwiązywaniu równań typu <math>x(x+1)(x-7) = 0</math>;</li> <li>• rozwiązuje równania wielomianowe dające się łatwo sprowadzić do równań kwadratowych;</li> <li>• rozwiązuje równania wielomianowe, stosując metodę wyłączania wspólnego czynnika przed nawias lub metodę grupowania wyrazów;</li> <li>• stosuje twierdzenie o reszcie z dzielenia wielomianu przez dwumian <math>x - a</math>;</li> <li>• stosuje twierdzenie o pierwiastkach wymiernych wielomianu o współczynnikach całkowitych;</li> <li>• rozwiązuje równania wielomianowe dające się łatwo sprowadzić do równań kwadratowych;</li> <li>• stosuje twierdzenie Bézouta;</li> <li>• rozwiązuje równania wielomianowe z wartością bezwzględną;</li> <li>• <b>rozwiazuje równania wielomianowe z parametrem.</b></li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>Wykres wielomianu</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• zna pojęcie funkcji wielomianowej;</li> <li>• szkicuje wykresy wielomianów.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>Nierówności wielomianowe</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• sprawdza, czy dana liczba rzeczywista jest rozwiązaniem nierówności;</li> <li>• rozwiązuje łatwe nierówności wielomianowe;</li> <li>• rozwiązuje nierówności wielomianowe typu: <math>W(x) &gt; 0</math>, <math>W(x) \geq 0</math>, <math>W(x) &lt; 0</math>, <math>W(x) \leq 0</math> dla wielomianów doprowadzonych do postaci iloczynowej lub takich, które dają się doprowadzić do postaci iloczynowej metodą wyłączania wspólnego czynnika przed nawias lub metodą grupowania;</li> <li>• stosuje twierdzenie Bézouta;</li> <li>• rozwiązuje nierówności wielomianowe z wartością bezwzględną;</li> <li>• <b>rozwiazuje nierówności wielomianowe z parametrem.</b></li> </ul>
<b>Funkcje wymierne</b>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>Wyrażenia wymierne. Wartość liczbowa wyrażenia wymiernego</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• określa dziedzinę wyrażenia wymiernego;</li> <li>• rozszerza i skraca wyrażenia wymierne;</li> <li>• oblicza wartość liczbową wyrażenia wymiernego.</li> </ul>

<ul style="list-style-type: none"> <li>Mnożenie i dzielenie wyrażeń wymiernych</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>mnoży i dzieli wyrażenia wymierne.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>Dodawanie i odejmowanie wyrażeń wymiernych</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li> dodaje i odejmuje wyrażenia wymierne, w przypadkach nie trudniejszych niż: <math>\frac{1}{x+1} - \frac{1}{x}</math>; <math>\frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^3}</math>; <math>\frac{x+1}{x+2} + \frac{x-1}{x+1}</math>.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>Proporcjonalność odwrotna. Funkcja <math>f(x) = \frac{a}{x}</math></li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>wskazuje wielkości odwrotnie proporcjonalne;</li> <li>wyznacza współczynnik proporcjonalności;</li> <li>podaje wzór proporcjonalności odwrotnej, znając współrzędne punktu należącego do wykresu;</li> <li>szkicuje wykres funkcji <math>f(x) = \frac{a}{x}</math> dla danego <math>a</math>;</li> <li>korzysta ze wzoru i wykresu funkcji <math>f(x) = \frac{a}{x}</math> do opisu i interpretacji zagadnień geometrycznych, fizycznych itp. związanych z wielkościami odwrotnie proporcjonalnymi, również w zastosowaniach praktycznych.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>Funkcja homograficzna</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>szkicuje wykresy funkcji homograficznych i określa ich własności;</li> <li>wyznacza równania asymptot wykresu funkcji homograficznej;</li> <li>dowodzi monotoniczności funkcji zadanej wzorem, jak w przykładzie: wykaż, że funkcja <math>f(x) = \frac{x-1}{x+2}</math> jest monotoniczna w przedziale <math>(-\infty, -2)</math>.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>Przekształcenia wykresu funkcji homograficznej</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>przekształca wykresy funkcji homograficznej;</li> <li>korzystając z wykresu rozwiązuje zadania z parametrem dotyczące funkcji homograficznej.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>Równania wymierne</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>rozwiazuje proste równania wymierne prowadzące do równań liniowych lub kwadratowych, np. <math>\frac{x+1}{x+3} = 2</math>, <math>\frac{x+1}{x} = 2x</math>;</li> <li>rozwiazuje równania wymierne postaci <math>\frac{V(x)}{W(x)} = 0</math>, gdzie wielomiany <math>V(x)</math> i <math>W(x)</math> są zapisane w postaci iloczynowej;</li> <li>rozwiazuje równania wymierne nie trudniejsze niż: <math>\frac{x+1}{x(x-1)} + \frac{1}{x+1} = \frac{2x}{(x-1)(x+1)}</math>;</li> <li>rozwiazuje równania wymierne z wartością bezwzględną;</li> <li>rozwiazuje równania wymierne z parametrem.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>Nierówności wymierne</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>rozwiazuje proste nierówności wymierne typu <math>\frac{x+1}{x+3} &gt; 2</math>, <math>\frac{x+3}{x^2-16} &lt; \frac{2x}{x^2-4x}</math>, <math>\frac{3x-2}{4x-7} \leq \frac{1-3x}{5-4x}</math>;</li> <li>rozwiazuje nierówności wymierne nie trudniejsze niż:</li> </ul>



	$\frac{x+1}{x(x-1)} + \frac{1}{x+1} \geq \frac{2x}{(x-1)(x+1)}$ <ul style="list-style-type: none"> <li>• rozwiązuje nierówności wymierne z wartością bezwzględną;</li> <li>• rozwiązuje nierówności wymierne z parametrem.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Funkcje wymierne. <b>Równość funkcji</b></li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• zna pojęcie równości funkcji;</li> <li>• sprawdza, czy dane funkcje są równe.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Funkcje wymierne - zadania tekstowe</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• posługuje się funkcją wymierną do opisu i interpretacji zagadnień w zastosowaniach praktycznych;</li> <li>• rozwiązuje zadania tekstowe z zastosowaniem funkcji wymiernych.</li> </ul>

## Trygonometria

<ul style="list-style-type: none"> <li>• Funkcje trygonometryczne kąta ostrego w trójkącie prostokątnym</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• zna definicje funkcji trygonometrycznych kąta ostrego;</li> <li>• wykorzystuje definicje i wyznacza wartości funkcji sinus, cosinus, tangens i <b>cotangens</b> kątów o miarach od <math>0^\circ</math> do <math>90^\circ</math>, w szczególności wyznacza wartości funkcji trygonometrycznych dla kątów <math>30^\circ</math>, <math>45^\circ</math>, <math>60^\circ</math>;</li> <li>• korzysta z przybliżonych wartości funkcji trygonometrycznych (odczytanych z tablic lub obliczonych za pomocą kalkulatora);</li> <li>• oblicza miarę kąta ostrego, dla którego funkcja trygonometryczna przyjmuje daną wartość (miarę dokładną albo – korzystając z tablic lub kalkulatora – przybliżoną).</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Zastosowanie trygonometrii w zadaniach praktycznych</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• korzysta z własności funkcji trygonometrycznych w obliczeniach geometrycznych;</li> <li>• stosuje funkcje trygonometryczne do wyznaczania długości odcinków w figurach płaskich;</li> <li>• stosuje i wyprowadza wzór na pole trójkąta ostrokątnego o danych dwóch bokach i kącie między nimi:  <math display="block">P = \frac{1}{2} \cdot a \cdot b \cdot \sin \gamma .</math> </li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Związki między funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta ostrego</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje proste zależności między funkcjami trygonometrycznymi: <math>\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1</math>, <math>\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}</math> oraz <math>\sin (90^\circ - \alpha) = \cos \alpha</math>;</li> <li>• znając wartość jednej z funkcji: sinus lub cosinus, wyznacza wartości pozostałych funkcji tego samego kąta ostrego.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Tożsamości trygonometryczne</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• wykorzystując proste zależności między funkcjami trygonometrycznymi sprawdza, czy dana równość jest tożsamością.</li> </ul>

## KLASA TRZECIA

## Trygonometria

<ul style="list-style-type: none"> <li>• Funkcje trygonometryczne</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• zna definicje funkcji trygonometrycznych kąta ostrego.</li> </ul>
--	--

kąta ostrego - powtórzenie	
<ul style="list-style-type: none"> <li>Związki między funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta ostrego - powtórzenie</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>stosuje podstawowe związki między funkcjami trygonometrycznymi;</li> <li>sprawdza, czy dana równość jest tożsamością.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>Funkcje trygonometryczne dowolnego kąta</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>zaznacza w układzie współrzędnych kąt o danej mierze;</li> <li>wyznacza kąt, mając dany punkt należący do jego końcowego ramienia i odwrotnie – bada, czy punkt należy do końcowego ramienia danego kąta;</li> <li>zna definicje funkcji trygonometrycznych kąta dowolnego;</li> <li>wykorzystuje definicje i wyznacza wartości funkcji sinus, cosinus, tangens i <b>cotangens</b> kątów o miarach od <math>0^\circ</math> do <math>360^\circ</math>.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>Związki między funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>znając wartość jednej z funkcji: sinus lub cosinus, wyznacza wartości pozostałych funkcji tego samego kąta ostrego i dowolnego;</li> <li>sprawdza, czy dana równość jest tożsamością.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>Wzory redukcyjne</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>stosuje wzory redukcyjne do obliczania wartości funkcji trygonometrycznych kątów o różnych miarach;</li> <li>wykorzystuje wzory redukcyjne do upraszczania wyrażeń oraz do udowadniania tożsamości trygonometrycznych.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>Miara łukowa kąta</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>stosuje miarę łukową kąta;</li> <li>zamienia miarę łukową kąta na stopniową i odwrotnie.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>Wykresy funkcji trygonometrycznych</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>szkicuje wykresy funkcji trygonometrycznych;</li> <li>odczytuje okres podstawowy funkcji na podstawie jej wykresu;</li> <li>szkicuje wykres funkcji okresowej;</li> <li>stosuje okresowość funkcji do wyznaczania jej wartości;</li> <li>na podstawie wykresu funkcji <math>y = f(x)</math> szkicuje wykresy funkcji: <math>y = f(x - p)</math>; <math>y = f(x) + q</math>; <math>y = -f(x)</math>; <math>y = f(-x)</math>; <math>y =  f(x) </math>; <math>y = f( x )</math>; <math>y = c \cdot f(x)</math>; <math>y = f(c \cdot x)</math>;</li> <li>odczytuje własności funkcji z wykresu.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>Proste równania trygonometryczne</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>posługuje się wykresami funkcji trygonometrycznych do rozwiązania prostych równań ( np. <math>\sin x = a</math>, <math>\cos x = a</math>, <math>\operatorname{tg} x = a</math>);</li> <li>wykorzystuje okresowość funkcji trygonometrycznych.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>Równania trygonometryczne</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>rozwiązuje równania trygonometryczne sprowadzalne do równań kwadratowych, <b>wielomianowych i wymiernych</b>;</li> <li><b>rozwiązuje równania trygonometryczne z wartością bezwzględną</b>;</li> <li><b>rozwiązuje równania trygonometryczne z parametrem</b>.</li> <li>wykorzystuje okresowość funkcji trygonometrycznych.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li><b>Proste nierówności</b></li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li><b>posługuje się wykresami funkcji trygonometrycznych do</b></li> </ul>

trygonometryczne	<p>rozwiązania prostych nierówności (np. <math>\sin x &gt; a</math>, <math>\cos x \leq a</math>, <math>\operatorname{tg} x &gt; a</math>);</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>wykorzystuje okresowość funkcji trygonometrycznych.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>Nierówności trygonometryczne</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>rozwiązuje nierówności trygonometryczne sprowadzalne do nierówności kwadratowych (<math>2 \sin^2 x \leq 1</math>), wielomianowych i wymiernych;</li> <li>rozwiązuje nierówności trygonometryczne z wartością bezwzględną;</li> <li>rozwiązuje nierówności trygonometryczne z parametrem;</li> <li>wykorzystuje okresowość funkcji trygonometrycznych.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>Funkcje trygonometryczne sumy argumentów</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>stosuje wzory na sinus, cosinus, tangens i <b>cotangens</b> sumy kątów, w tym do przekształcania wyrażeń zawierających funkcje trygonometryczne (również do uzasadniania tożsamości trygonometrycznych oraz rozwiązywania równań i nierówności trygonometrycznych);</li> <li>udowadnia wzory na sinus i cosinus sumy argumentów.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>Funkcje trygonometryczne różnicy argumentów</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>stosuje wzory na sinus i cosinus różnicy kątów, w tym do przekształcania wyrażeń zawierających funkcje trygonometryczne (również do uzasadniania tożsamości trygonometrycznych oraz rozwiązywania równań i nierówności trygonometrycznych);</li> <li>udowadnia wzory na sinus i cosinus różnicy argumentów.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>Funkcje trygonometryczne wielokrotności argumentu</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>stosuje wzory na sinus i cosinus wielokrotności kątów, w tym do przekształcania wyrażeń zawierających funkcje trygonometryczne (również do uzasadniania tożsamości trygonometrycznych);</li> <li>stosuje wzory na sinus i cosinus wielokrotności kątów do rozwiązywania równań i <b>nierówności trygonometrycznych</b>, np. typu: <math>\sin 2x = \frac{1}{2}</math>, <math>\cos 2x &lt; \frac{1}{2}</math>, <math>4\cos 2x \cos 5x = 2 \cos 7x + 1</math>.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>Sumy i różnice funkcji trygonometrycznych</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>stosuje wzory na sumę i różnicę sinusów i cosinusów kątów, w tym do przekształcania wyrażeń zawierających funkcje trygonometryczne (również do uzasadniania tożsamości trygonometrycznych);</li> <li>stosuje wzory na sumy i różnice funkcji trygonometrycznych do rozwiązywania równań i nierówności trygonometrycznych.</li> </ul>
<b>Planimetria</b>	

<ul style="list-style-type: none"> <li>• Trójkąty i ich własności. Kąty w trójkącie</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• klasyfikuje trójkąty ze względu na miary ich kątów;</li> <li>• stosuje podczas rozwiązywania zadań twierdzenie o sumie miar kątów wewnętrznych trójkąta;</li> <li>• wskazuje podstawowe punkty szczególne w trójkącie: ortocentrum, środek ciężkości;</li> <li>• wskazuje podstawowe odcinki i linie w trójkącie: środkowa, symetralna boku, dwusieczna kąta.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Cechy przystawiania trójkątów</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• rozpoznaje trójkąty przystające oraz stosuje cechy przystawiania trójkątów do rozwiązywania różnych problemów.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Twierdzenie Talesa i odwrotne do twierdzenia Talesa</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje twierdzenie Talesa i twierdzenie odwrotne do twierdzenia Talesa do obliczania długości odcinków i ustalania równoległości prostych.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Cechy podobieństwa trójkątów</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• rozpoznaje trójkąty podobne i wykorzystuje (także w kontekstach praktycznych) cechy podobieństwa trójkątów.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Wielokąty podobne</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• wykorzystuje przy rozwiązywaniu zadań zależności między polami i obwodami wielokątów podobnych a skalą podobieństwa.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Odcinki i linie w trójkącie. Punkty szczególne w trójkącie</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• zna i stosuje zależności w trójkącie prostokątnym;</li> <li>• zna i stosuje twierdzenia: o odcinku łączącym środki dwóch boków trójkąta, o środkowych trójkąta, o dwusiecznych kąta wewnętrznego w trójkącie;</li> <li>• udowadnia twierdzenia o istnieniu niektórych punktów szczególnych trójkąta: <ol style="list-style-type: none"> <li>1) symetralne boków trójkąta przecinają się w jednym punkcie i (jako wniosek) proste zawierające wysokości trójkąta przecinają się w jednym punkcie,</li> <li>2) środkowe trójkąta przecinają się w jednym punkcie,</li> <li>3) twierdzenie o odcinkach w trójkącie prostokątnym, o wysokości poprowadzonej z wierzchołka kąta prostego.</li> </ol> </li> <li>• udowadnia twierdzenie o dwusiecznej: Jeśli prosta <math>CD</math> jest dwusieczną kąta <math>ACB</math> w trójkącie <math>ABC</math> i punkt <math>D</math> leży na boku <math>AB</math>, to <math>\frac{ AD }{ BD } = \frac{ AC }{ BC }</math>.</li> </ul>

<ul style="list-style-type: none"> <li>• Trójkąty prostokątne</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <i>zna i stosuje twierdzenie Pitagorasa;</i></li> <li>• wyprowadza zależności ogólne, np. dotyczące długości przekątnej kwadratu, długości wysokości trójkąta równobocznego, długości wysokości poprowadzonej z wierzchołka kąta prostego w trójkącie prostokątnym;</li> <li>• zna i stosuje zależności w trójkącie prostokątnym;</li> <li>• stosuje i udowadnia twierdzenie odwrotne do twierdzenia Pitagorasa;</li> <li>• stosuje i udowadnia twierdzenie o odcinkach w trójkącie prostokątnym: Jeśli odcinek <math>CD</math> jest wysokością trójkąta prostokątnego <math>ABC</math> o kącie prostym <math>ACB</math>, to  <math> AB  \cdot  BD  =  AD ^2</math>, <math> AC ^2 =  AB  \cdot  AD </math> oraz <math> BC ^2 =  AB  \cdot  BD </math>.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Czworokąty i ich własności</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <i>klasyfikuje czworokąty ze względu na miary ich kątów;</i></li> <li>• <i>stosuje twierdzenie o sumie miar kątów wewnętrznych czworokąta do rozwiązywania zadań;</i></li> <li>• korzysta z własności kątów i przekątnych w prostokątach, równoległobokach, rombach i trapezach;</li> <li>• zna i stosuje twierdzenie o linii środkowej w trapezie;</li> <li>• stosuje własności czworokątów wypukłych do rozwiązywania zadań z planimetrii.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Pola figur</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <i>oblicza pola i obwody równoległoboku, rombu, trapezu;</i></li> <li>• wykorzystuje funkcje trygonometryczne do obliczania pól figur;</li> <li>• <i>rozpoznaje wielokąty foremne</i> i korzysta z ich podstawowych własności;</li> <li>• oblicza <i>długość okręgu, pole koła</i> oraz długość łuku i pole wycinka koła.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Kąty w okręgu</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <i>rozpoznaje kąty środkowe;</i></li> <li>• <i>rozpoznaje kąty wpisane;</i></li> <li>• stosuje zależności między kątem środkowym i kątem wpisanym opartymi na tym samym łuku;</li> <li>• udowadnia twierdzenia o kątach w okręgu: <ol style="list-style-type: none"> <li>1) kąt wpisany jest połową kąta środkowego opartego na tym samym łuku;</li> <li>2) jeżeli dwa kąty są wpisane w ten sam okrąg, to są równe wtedy i tylko wtedy, gdy są oparte na równych łukach;</li> </ol> </li> <li>• wyznacza promienie i średnice okręgów, długości cięciw okręgów oraz odcinków stycznych, w tym z wykorzystaniem twierdzenia Pitagorasa;</li> <li>• stosuje twierdzenie między styczną a cięciwą.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Odcinki stycznych i siecznych</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>stosuje twierdzenia: o cięciwach, o siecznych, o stycznej i siecznej.</b></li> </ul>

<ul style="list-style-type: none"> <li>• Okrąg wpisany w trójkąt i opisany na trójkącie</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• rozwiązuje zadania dotyczące okręgu opisanego i okręgu wpisanego w trójkąt;</li> <li>• przekształca wzory na pole trójkąta i udowadnia je.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Okrąg wpisany w czworokąt i opisany na czworokącie</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje twierdzenia charakteryzujące czworokąty wpisane w okrąg i czworokąty opisane na okręgu;</li> <li>• udowadnia twierdzenia: <ol style="list-style-type: none"> <li>1) Twierdzenie o czworokącie wpisanym w okrąg: Czworokąt wypukły <math>ABCD</math> można wpisać w okrąg wtedy i tylko wtedy, gdy <math> \angle BAD  +  \angle BCD  =  \angle ABC  +  \angle ADC  = 180^\circ</math>.</li> <li>2) Twierdzenie o czworokącie opisanym na okręgu: W czworokąt wypukły można wpisać okrąg wtedy i tylko wtedy, gdy <math> AB  +  CD  =  AD  +  BC </math>.</li> </ol> </li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Rozwiązywanie trójkątów prostokątnych</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• zna i stosuje zależności w trójkącie prostokątnym;</li> <li>• rozwiązuje trójkąty prostokątne.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Twierdzenie sinusów</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• znajduje związki miarowe w figurach płaskich z zastosowaniem twierdzenia sinusów;</li> <li>• rozwiązuje trójkąty;</li> <li>• udowadnia twierdzenie sinusów.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Iloczyn skalarny</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>zna pojęcie iloczynu skalarnego;</b></li> <li>• <b>stosuje definicję iloczynu skalarnego w zadaniach;</b></li> <li>• <b>stosuje warunki prostopadłości i równoległości wektorów;</b></li> <li>• <b>oblicza cosinus i sinus kąta między wektorami.</b></li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Twierdzenie cosinusów</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje twierdzenie: w trójkącie naprzeciw większego kąta wewnętrznego leży dłuższy bok;</li> <li>• znajduje związki miarowe w figurach płaskich z zastosowaniem twierdzenia cosinusów;</li> <li>• rozwiązuje trójkąty;</li> <li>• udowadnia twierdzenie cosinusów.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Dowody w planimetrii</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• przeprowadza dowody geometryczne wykorzystując poznane twierdzenia.</li> </ul>
<b>Funkcja wykładnicza</b>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Działania na potęgach. Potęga o wykładniku rzeczywistym</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• upraszcza wyrażenia, stosując prawa działań na potęgach wykładniku wymiernym i rzeczywistym;</li> <li>• porównuje liczby przedstawione w postaci potęg;</li> <li>• wykorzystuje podstawowe własności potęg (również w zagadnieniach związanych z innymi dziedzinami wiedzy, np. fizyką, chemią, informatyką).</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Funkcja wykładnicza - wykres, własności</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• zna własności funkcji wykładniczej;</li> <li>• szkicuje wykresy funkcji wykładniczych dla różnych podstaw;</li> <li>• przekształca wykresy funkcji wykładniczych;</li> </ul>

	<ul style="list-style-type: none"> <li>• posługuje się funkcją wykładniczą do opisu i interpretacji zagadnień związanych z zastosowaniami praktycznymi.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Proste równania i nierówności wykładnicze</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• sprawdza, czy dana liczba rzeczywista jest rozwiązaniem równania lub nierówności;</li> <li>• rozwiązuje równania i nierówności wykładnicze korzystając z własności funkcji wykładniczej i twierdzeń dotyczących działań na potęgach.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Równania wykładnicze</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>rozwiazuje równania wykładnicze sprowadzalne do równań kwadratowych, wielomianowych lub wymiernych;</b></li> <li>• <b>rozwiazuje równania wykładnicze z wartością bezwzględną lub parametrem.</b></li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Nierówności wykładnicze</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>rozwiazuje nierówności wykładnicze sprowadzalne do nierówności kwadratowych, wielomianowych lub wymiernych;</b></li> <li>• <b>rozwiazuje nierówności wykładnicze z wartością bezwzględną lub parametrem.</b></li> </ul>
<b>Funkcja logarytmiczna</b>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Działania na logarytmach</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• wykorzystuje definicję logarytmu;</li> <li>• stosuje w obliczeniach wzory na logarytm iloczynu, logarytm ilorazu i logarytm potęgi oraz wzór na zamianę podstawy logarytmu.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Funkcja logarytmiczna i jej własności</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• zna definicję funkcji logarytmicznej;</li> <li>• potrafi wyznaczyć dziedzinę funkcji logarytmicznej;</li> <li>• omawia własności funkcji logarytmicznej;</li> <li>• posługuje się funkcją wykładniczą do opisu i interpretacji zagadnień związanych z zastosowaniami praktycznymi.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Wykresy funkcji logarytmicznych</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• szkicuje wykresy funkcji logarytmicznych dla różnych podstaw;</li> <li>• przekształca wykresy funkcji logarytmicznych.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Proste równania i nierówności logarytmiczne</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• sprawdza, czy dana liczba rzeczywista jest rozwiązaniem równania lub nierówności;</li> <li>• rozwiązuje proste równania i nierówności wykorzystując definicję logarytmu oraz własności funkcji logarytmicznej.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Równania logarytmiczne</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• rozwiązuje proste równania wykorzystując twierdzenia dotyczące działań na logarytmach;</li> <li>• <b>rozwiazuje równania logarytmiczne sprowadzalne do równań kwadratowych, wielomianowych lub wymiernych;</b></li> <li>• <b>rozwiazuje równania logarytmiczne z wartością bezwzględną;</b></li> <li>• <b>rozwiazuje równania logarytmiczne z parametrem.</b></li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Nierówności logarytmiczne</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• rozwiązuje równania wykładnicze korzystając z twierdzeń</li> </ul>

	<p>dotyczących działań na logarytmach i własności funkcji logarytmicznej;</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>rozwiązuje nierówności logarytmiczne sprowadzalne do nierówności kwadratowych, wielomianowych lub wymiernych;</b></li> <li>• <b>rozwiązuje nierówności logarytmiczne z wartością bezwzględną;</b></li> <li>• <b>rozwiązuje nierówności logarytmiczne z parametrem.</b></li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>Układy równań i nierówności logarytmicznych</b></li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• sprawdza, czy dana para liczb jest rozwiązaniem układu równań lub nierówności;</li> <li>• <b>rozwiązuje układy równań logarytmicznych;</b></li> <li>• <b>rozwiązuje graficznie układy nierówności logarytmicznych z dwiema niewiadomymi;</b></li> <li>• <b>zaznacza w układzie współrzędnych zbiór punktów, których współrzędne spełniają układ nierówności logarytmicznych z dwiema niewiadomymi.</b></li> </ul>
<b>Geometria analityczna</b>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Równanie prostej - powtórzenie</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• posługuje się równaniami prostych na płaszczyźnie w postaci kierunkowej i ogólnej;</li> <li>• rozwiązuje zadania wykorzystując równanie prostej oraz warunki równoległości i prostokątności prostych.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Odległość punktów w układzie współrzędnych. Środek odcinka</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• oblicza odległość dwóch punktów w układzie współrzędnych;</li> <li>• stosuje wzór na odległość punktów do rozwiązywania zadań;</li> <li>• wyznacza współrzędne środka odcinka w układzie współrzędnych;</li> <li>• stosuje wzór na współrzędne środka odcinka do rozwiązywania zadań.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Odległość punktu od prostej</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• oblicza odległość punktu od prostej;</li> <li>• stosuje wzór na odległość punktu od prostej do rozwiązywania zadań.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Pola figur w układzie współrzędnych</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• oblicza pola figur w układzie współrzędnych;</li> <li>• <b>stosuje wzór wyznacznikowy do obliczania pól trójkąta i równoległoboku.</b></li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Równanie okręgu – postać kanoniczna i ogólna</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• posługuje się równaniem okręgu <math>(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2</math> oraz opisuje koła za pomocą nierówności;</li> <li>• posługuje się równaniem okręgu <math>x^2 + y^2 - 2ax - 2by + c = 0</math> oraz opisuje koła za pomocą nierówności;</li> <li>• przekształca równanie okręgu w postaci ogólnej na postać kanoniczną i odwrotnie;</li> <li>• określa, dla jakich wartości parametru dane równanie opisuje okrąg.</li> </ul>



<ul style="list-style-type: none"> <li>Wzajemne położenie prostej i okręgu</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>określa, ile punktów wspólnych mają prosta i okrąg przy danych warunkach;</li> <li>wyznacza punkty wspólne prostej i okręgu;</li> <li>wyznacza równanie stycznej do okręgu;</li> <li>korzysta z własności stycznej do okręgu w rozwiązywaniu zadań;</li> <li><b>określa wzajemne położenie prostej i okręgu w zależności od parametru.</b></li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>Wzajemne położenie dwóch okręgów</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>określa wzajemne położenie okręgów, mając dane promienie tych okręgów oraz odległość ich środków;</li> <li>określa wzajemne położenie okręgów, mając dane ich równania;</li> <li>znajduje punkty wspólne dwóch okręgów;</li> <li>stosuje układy równań drugiego stopnia do rozwiązywania zadań z geometrii analitycznej;</li> <li>korzysta z własności okręgów stycznych w rozwiązywaniu zadań;</li> <li><b>określa wzajemne położenie dwóch okręgów w zależności od parametru.</b></li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>Układy równań i nierówności, z których co najmniej jedno jest stopnia drugiego</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>rozwiązuje układy równań, prowadzące do równań kwadratowych;</li> <li>rozwiązuje metodą podstawiania układy równań prowadzące do rozwiązywania równań kwadratowych, tj. układy, z których jedno równanie jest równaniem pierwszego, a drugie drugiego stopnia z dwiema niewiadomymi, postaci: <ul style="list-style-type: none"> <li><math>\begin{cases} ax + by = e \\ y = cx^2 + dx + f \end{cases}</math></li> <li><math>\begin{cases} ax + by = e \\ x^2 + y^2 + cx + dy = f \end{cases}</math></li> <li><math>\begin{cases} x^2 + y^2 + ax + by = c \\ x^2 + y^2 + dx + ey = f \end{cases}</math>;</li> </ul> </li> <li>znajduje punkty wspólne prostej i paraboli będącej wykresem funkcji kwadratowej;</li> <li>rozwiązuje układy równań i nierówności metodą graficzną;</li> <li>wykorzystuje interpretację geometryczną układu równań do określenia liczby rozwiązań tego układu;</li> <li>zaznacza w układzie współrzędnych zbiór punktów, których współrzędne spełniają układy równań lub nierówności,</li> <li>z których co najmniej jedno jest stopnia drugiego;</li> <li>zapisuje układ nierówności opisujący zbiór punktów przedstawionych w układzie współrzędnych.</li> </ul>

<ul style="list-style-type: none"> <li>Przekształcenia geometryczne. Izometrie</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>uzasadnia, że dane przekształcenie jest izometrią;</li> <li>znajduje obrazy niektórych figur geometrycznych (punktu, prostej, odcinka, okręgu, trójkąta itp.) w symetrii osiowej względem osi układu współrzędnych i symetrii środkowej względem początku układu;</li> <li><b>znajduje obrazy niektórych figur geometrycznych (punktu, prostej, odcinka, okręgu, trójkąta itp.) w symetrii osiowej względem dowolnej prostej i symetrii środkowej względem dowolnego punktu.</b></li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>Jednokładność</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li><b>znajduje obrazy niektórych figur geometrycznych w jednokładności (odcinka, trójkąta, czworokąta itp.);</b></li> <li><b>rozpoznaje figury podobne i jednokładne;</b></li> <li><b>wykorzystuje (także w kontekstach praktycznych) ich własności.</b></li> </ul>
<h3>Ciągi</h3>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>Pojęcie ciągu</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>zna pojęcie ciągu;</li> <li>wyznacza kolejne wyrazy ciągu, gdy danych jest kilka jego początkowych wyrazów;</li> <li>wyznacza wyrazy ciągu opisanego słownie;</li> <li>szkicuje wykres ciągu;</li> <li>oblicza wyrazy ciągu określonego wzorem ogólnym.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>Sposoby określania ciągu</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>wyznacza wyrazy ciągu określonego wzorem ogólnym;</li> <li>wyznacza wyrazy ciągu określonego wzorem rekurencyjnym;</li> <li>oblicza, które wyrazy ciągu spełniają daną zależność;</li> <li>wyznacza wzór ciągu, którego wykres zawiera się w danej krzywej.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>Ciągi określone rekurencyjnie</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>oblicza początkowe wyrazy ciągów określonych rekurencyjnie.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>Monotoniczność ciągu</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>wyznacza wyraz <math>a_{n+1}</math> ciągu określonego wzorem ogólnym;</li> <li>bada monotoniczność ciągu, korzystając z definicji;</li> <li>wyznacza wartość parametru tak, aby ciąg był ciągiem monotonicznym.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>Ciąg arytmetyczny</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>bada, czy dany ciąg jest arytmetyczny;</li> <li>stosuje wzór na <math>n</math>-ty wyraz ciągu;</li> <li><b>wyznacza wartość parametru tak, aby ciąg był ciągiem arytmetycznym.</b></li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>Suma początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>stosuje i udowadnia wzór na sumę <math>n</math> początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego;</li> <li>wykorzystuje własności ciągu arytmetycznego do rozwiązywania zadań, również praktycznych.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>Ciąg geometryczny</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>bada, czy dany ciąg jest geometryczny;</li> <li>stosuje i udowadnia wzór na <math>n</math> - ty wyraz;</li> </ul>

	<ul style="list-style-type: none"> <li>wyznacza wartość parametru tak, aby ciąg był ciągiem geometrycznym.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>Suma początkowych wyrazów ciągu geometrycznego</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>stosuje i udowadnia wzór na sumę <math>n</math> początkowych wyrazów ciągu geometrycznego;</li> <li>wykorzystuje własności ciągu geometrycznego do rozwiązywania zadań, również osadzonych w kontekście praktycznym.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>Zadania wiążące ciągi arytmetyczne i ciągi geometryczne</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>wyznacza wyrazy ciągu przy danych warunkach;</li> <li>rozwiązuje zadania wiążące ciąg arytmetyczny i geometryczny.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>Procent prosty i składany. Oprocentowanie lokat i kredytów</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>wykorzystuje własności potęgowania i pierwiastkowania w sytuacjach praktycznych, w tym do obliczania procentów składanych, zysków z lokat i kosztów kredytów;</li> <li>stosuje ciąg geometryczny w zadaniach dotyczących procentu składanego, również osadzonych w kontekście praktycznym, m.in. do wyznaczenia zysków z lokat, kosztów kredytów (również złożonych na procent składany i na okres krótszy niż rok).</li> </ul>

## Statystyka

<ul style="list-style-type: none"> <li>Elementy statystyki opisowej</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>potrafi odczytywać i interpretować dane empiryczne z tabel, diagramów i wykresów;</li> <li>przedstawia dane empiryczne w postaci tabel, diagramów i wykresów;</li> <li>przeprowadza analizę ilościową przedstawionych danych;</li> <li>porównuje i określa zależności między odczytanymi danymi.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>Parametry podobieństw - miary zgodności</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>oblicza średnią arytmetyczną, wyznacza medianę i dominantę;</li> <li>oblicza średnią ważoną zestawu danych (także w przypadku danych odpowiednio pogrupowanych), interpretuje ten parametr dla danych empirycznych;</li> <li>wykorzystuje średnią arytmetyczną, średnią ważoną, medianę i dominantę do rozwiązywania zadań.</li> </ul>

## KLASA CZWARTA

### Granica ciągu. Szereg geometryczny

<ul style="list-style-type: none"> <li>Granica ciągu</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>zna pojęcie granicy ciągu;</li> <li>potrafi podać granicę ciągu na podstawie jego wykresu;</li> <li>rozpoznaje ciągi rozbieżne.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>Granica właściwa i niewłaściwa ciągu</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>oblicza granice ciągów, korzystając z granic ciągów typu <math>\frac{1}{n}</math>, <math>\sqrt[n]{a}</math> oraz z twierdzeń o granicach sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu ciągów zbieżnych, a także twierdzenia o trzech ciągach.</li> </ul>

<ul style="list-style-type: none"> <li>• Szereg geometryczny</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• rozpoznaje szeregi geometryczne zbieżne;</li> <li>• stosuje warunek zbieżności do i obliczania sum szeregów geometrycznych;</li> <li>• zamienia ułamki okresowe na zwykłe;</li> <li>• rozwiązuje równania i nierówności, w których jedna strona jest zbieżnym szeregiem geometrycznym;</li> <li>• udowadnia wzór skróconego mnożenia na <math>a^n - b^n</math>.</li> </ul>
<b>Rachunek różniczkowy</b>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Granica funkcji</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• zna pojęcie granicy funkcji właściwej i niewłaściwej;</li> <li>• oblicza granice funkcji w punkcie i w nieskończoności;</li> <li>• oblicza granice jednostronne;</li> <li>• korzysta z twierdzeń o działaniach na granicach.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Ciągłość funkcji</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• bada ciągłość funkcji w punkcie i w zbiorze;</li> <li>• <b>bada ciągłość funkcji w zadaniach z parametrem.</b></li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Własności funkcji ciągłych</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje własność Darboux do uzasadniania istnienia miejsca zerowego funkcji i znajdowania przybliżonej wartości miejsca zerowego;</li> <li>• korzysta z własności funkcji ciągłych w zadaniach.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>Asymptoty wykresu funkcji</b></li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>wyznacza równanie asymptoty pionowej, poziomej i ukośnej wykresu funkcji.</b></li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Pochodna funkcji w punkcie</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• zna pojęcie ilorazu różnicowego funkcji;</li> <li>• zna pojęcie pochodnej funkcji w punkcie;</li> <li>• potrafi z definicji obliczyć pochodną funkcji w punkcie.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Pochodna jako funkcja. Pochodne funkcji elementarnych</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• potrafi podać pochodne funkcji elementarnych ( np. liniowej, kwadratowej, potęgowej);</li> <li>• oblicza pochodną funkcji potęgowej o wykładniku rzeczywistym.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Pochodna sumy, iloczynu i ilorazu funkcji</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• oblicza pochodną, korzystając z twierdzeń o pochodnej sumy, różnicy, iloczynu, ilorazu funkcji.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Interpretacja geometryczna pochodnej. Styczna do wykresu funkcji</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• korzysta z geometrycznej interpretacji pochodnej;</li> <li>• wyznacza równanie stycznej do krzywej w danym punkcie.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Interpretacja fizyczna pochodnej</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• korzysta z fizycznej interpretacji pochodnej.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Monotoniczność funkcji różniczkowalnych</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• korzysta z własności pochodnej do wyznaczenia przedziałów monotoniczności funkcji.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Ekstrema funkcji</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• znajduje ekstrema funkcji wielomianowych i wymiernych.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Wartość największa i najmniejsza funkcji</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Wyznacza największą i najmniejszą wartość funkcji w przedziale.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Zadania optymalizacyjne</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje pochodne do rozwiązywania zagadnień optymalizacyjnych.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>Druga pochodna funkcji.</b></li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>oblicza drugą pochodną funkcji;</b></li> </ul>

<b>Kąt między krzywymi</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>wyznacza kąt między krzywymi.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li><b>Pochodne funkcji trygonometrycznych</b></li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>oblicza pochodne elementarnych funkcji trygonometrycznych oraz złożonych.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>Pojęcie funkcji złożonej.</li> <li>Pochodna funkcji złożonej</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>zna pojęcie funkcji złożonej;</li> <li>oblicza pochodne funkcji złożonych.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>Przebieg zmienności funkcji</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>bada przebieg zmienności funkcji i szkicuje jej wykres.</li> </ul>
<b>Kombinatoryka</b>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>Silnia. Symbol Newtona. Dwumian Newtona. Trójkąt Pascala</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>zna pojęcie silni;</li> <li>oblicz wartości wyrażeń zawierające silnię;</li> <li>wyznacza rozwinięcie <math>(a + b)^n</math> korzystając ze wzoru dwumianowego Newtona;</li> <li>stosuje i udowadnia wzory <math>(a + b)^n</math>, <math>(a - b)^n</math>;</li> <li>stosuje własności trójkąta Pascala i symbolu Newtona przy rozwiązywaniu problemów kombinatorycznych: <math>\binom{n}{0} = 1</math>,</li> </ul> $\binom{n}{1} = n; \quad \binom{n}{n-1} = n; \quad \binom{n}{k} = \binom{n}{n-k};$ $\binom{n}{k} + \binom{n}{k+1} = \binom{n+1}{k+1}$ <ul style="list-style-type: none"> <li>udowadnia: <ol style="list-style-type: none"> <li>Wzór dwumianowy Newtona,</li> <li>Wzory skróconego mnożenia na <math>a^n \pm b^n</math> (przy odpowiednich założeniach o <math>n</math>) oraz jako wniosek: dla liczb całkowitych <math>a</math> i <math>b</math>, <math>a - b \mid a^n - b^n</math>.</li> <li>tożsamość: jeśli <math>0 &lt; k &lt; n</math>, to <math>\binom{n}{k} = \binom{n-1}{k-1} + \binom{n-1}{k}</math>.</li> </ol> </li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>Reguła mnożenia, reguła dodawania</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>zlicza obiekty w prostych sytuacjach kombinatorycznych niewymagających użycia wzorów kombinatorycznych;</li> <li>zlicza obiekty, stosując reguły mnożenia i dodawania (także łącznie) dla dowolnej liczby czynności w sytuacjach nie trudniejszych niż: <ol style="list-style-type: none"> <li>obliczenie, ile jest czterocyfrowych nieparzystych liczb całkowitych dodatnich takich, że w ich zapisie dziesiętnym występuje dokładnie jedna cyfra 1 i dokładnie jedna cyfra 2,</li> <li>obliczenie, ile jest czterocyfrowych parzystych liczb całkowitych dodatnich takich, że w ich zapisie dziesiętnym występuje dokładnie jedna cyfra 0 i dokładnie jedna cyfra 1.</li> </ol> </li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>Permutacje</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>wykorzystuje wzory na liczbę permutacji do zliczania obiektów w bardziej złożonych sytuacjach kombinatorycznych.</li> </ul>

<ul style="list-style-type: none"> <li>• Wariacje bez powtórzeniami</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• wykorzystuje wzory na liczbę wariacji bez powtórzeń do zliczania obiektów w bardziej złożonych sytuacjach kombinatorycznych.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Wariacje z powtórzeniami</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• wykorzystuje wzory na liczbę wariacji z powtórzeniami do zliczania obiektów w bardziej złożonych sytuacjach kombinatorycznych.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Kombinacje</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• wykorzystuje wzory na liczbę kombinacji do zliczania obiektów w bardziej złożonych sytuacjach kombinatorycznych.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Kombinatoryka - zadania</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• oblicza liczbę możliwych sytuacji, spełniających określone kryteria, z wykorzystaniem reguły mnożenia i dodawania (także łącznie) oraz wzorów na liczbę: permutacji, kombinacji i wariacji, również w przypadkach wymagających rozważenia złożonego modelu zliczania elementów.</li> </ul>
<b>Rachunek prawdopodobieństwa</b>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Doświadczenie losowe, zdarzenia losowe. Działania na zdarzeniach</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• zna pojęcia: doświadczenie losowe, zdarzenia losowe, zbiór zdarzeń elementarnych danego doświadczenia losowego;</li> <li>• określa zdarzenia elementarne sprzyjające danemu zdarzeniu losowemu;</li> <li>• określa zdarzenia elementarne sprzyjające zdarzeniu przeciwnemu do danego zdarzenia losowego;</li> <li>• określa zdarzenia elementarne sprzyjające sumie, iloczynowi i różnicy zdarzeń.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>Aksjomatyczna definicja prawdopodobieństwa.</b> Własności prawdopodobieństwa</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• podaje rozkład prawdopodobieństwa dla rzutów kostką, monetą;</li> <li>• <b>zna i stosuje definicję aksjomatyczną prawdopodobieństwa;</b></li> <li>• oblicza prawdopodobieństwo zdarzenia przeciwnego;</li> <li>• stosuje twierdzenie o prawdopodobieństwie sumy zdarzeń;</li> <li>• stosuje własności prawdopodobieństwa w dowodach twierdzeń.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Klasyczna definicja prawdopodobieństwa. Prawdopodobieństwo klasyczne</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• oblicza prawdopodobieństwa w prostych sytuacjach, stosując klasyczną definicję prawdopodobieństwa;</li> <li>• oblicza prawdopodobieństwa w bardziej złożonych sytuacjach (wymagających m.in. wykorzystania wzorów na liczbę permutacji, kombinacji, wariacji bez powtórzeń i wariacji z powtórzeniami do zliczania obiektów) stosując klasyczną definicję prawdopodobieństwa.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Zastosowanie drzew do obliczania prawdopodobieństw. Doświadczenia wieloetapowe</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• oblicza prawdopodobieństwa zdarzeń losowych za pomocą drzewa.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Prawdopodobieństwo</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• oblicza prawdopodobieństwo warunkowe</li> </ul>

warunkowe. <b>Prawdopodobieństwo iloczynu zdarzeń</b>	<b>i prawdopodobieństwo iloczynu zdarzeń.</b>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Twierdzenie o prawdopodobieństwie całkowitym</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• korzysta z twierdzenia o prawdopodobieństwie całkowitym w rozwiązywaniu zadań.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Wzór Bayesa</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje wzór Bayesa podczas rozwiązywania zadań.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>Niezależność zdarzeń</b></li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>bada, czy dane zdarzenia są niezależne;</b></li> <li>• <b>wykorzystuje niezależność zdarzeń do obliczania prawdopodobieństwa.</b></li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Schemat Bernoulliego. <b>Najbardziej prawdopodobna liczba sukcesów w <math>n</math> próbach Bernoulliego</b></li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• potrafi obliczyć prawdopodobieństwo w <math>n</math> próbach Bernoulliego;</li> <li>• stosuje schemat Bernoulliego podczas rozwiązywania zadań;</li> <li>• <b>potrafi podać najbardziej prawdopodobną liczbę sukcesów w <math>n</math> próbach Bernoulliego.</b></li> </ul>
<b>Gnaniastoslupy</b>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Proste i płaszczyzny w przestrzeni</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• rozpoznaje wzajemne położenie prostych w przestrzeni, w szczególności proste prostopadłe nieprzecinające się;</li> <li>• wskazuje w wielościanach proste prostopadłe, równoległe i skośne;</li> <li>• wskazuje w wielościanach rzut prostokątny danego odcinka.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Kąt między prostą a płaszczyzną. Kąt dwuścienny między półpłaszczyznami</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• posługuje się pojęciem kąta między prostą a płaszczyzną oraz pojęciem kąta dwuściennego między półpłaszczyznami;</li> <li>• zna i stosuje twierdzenie o prostej prostopadłej do płaszczyzny i o trzech prostopadłych;</li> <li>• udowadnia twierdzenie o prostej prostopadłej do płaszczyzny: Dane są proste <math>k</math>, <math>l</math> i <math>m</math> leżące na jednej płaszczyźnie. Jeśli proste <math>k</math> i <math>l</math> przecinają się i prosta <math>n</math> jest do nich prostopadła, to prosta <math>n</math> jest także prostopadła do prostej <math>m</math>.</li> <li>• udowadnia twierdzenie o trzech prostopadłych: Prosta <math>k</math> przecina płaszczyznę <math>P</math> i nie jest do niej prostopadła. Prosta <math>l</math> jest rzutem prostokątnym prostej <math>k</math> na płaszczyznę <math>P</math>. Prosta <math>m</math> leży na płaszczyźnie <math>P</math>. Wówczas proste <math>k</math> i <math>m</math> są prostopadłe wtedy i tylko wtedy, gdy proste <math>l</math> i <math>m</math> są prostopadłe.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• <i>Klasyfikacja gnaniastoslupów</i></li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <i>sporządza rysunek gnaniastoslupa wraz z oznaczeniami;</i></li> <li>• <i>wymienia rodzaje gnaniastoslupów;</i></li> <li>• <i>oblicza długość przekątnej sześciianu i prostopadłościanu.</i></li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Odcinki w gnaniastoslupach</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• wskazuje w gnaniastoslupach kąty między odcinkami (np. krawędziami, krawędziami i przekątnymi itp.), oblicza miary tych kątów;</li> <li>• wskazuje w gnaniastoslupach kąty między odcinkami i płaszczyznami (między krawędziami i ścianami, przekątnymi i ścianami), oblicza miary tych kątów;</li> <li>• stosuje trygonometrię do obliczeń długości odcinków, miar</li> </ul>

	kątów, pól powierzchni i objętości graniastosłupów.
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Pole powierzchni i objętość graniastosłupów</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <i>oblicza pole powierzchni i objętość graniastosłupa prostego;</i></li> <li>• oblicza objętości i pola powierzchni graniastosłupów, również z wykorzystaniem trygonometrii i poznanych twierdzeń;</li> <li>• oblicza pole powierzchni i objętość graniastosłupów w bardziej złożonych sytuacjach;</li> <li>• wyznacza skalę podobieństwa brył podobnych;</li> <li>• wykorzystuje podobieństwo brył do obliczania objętości.</li> </ul>
<b>Ostrosłupy</b>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Klasyfikacja ostrosłupów. Własności</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <i>sporządza rysunek ostrosłupa wraz z oznaczeniami;</i></li> <li>• <i>wymienia rodzaje ostrosłupów;</i></li> <li>• wskazuje w ostrosłupach kąty między odcinkami (np. krawędziami, krawędziami i przekątnymi itp.), oblicza miary tych kątów;</li> <li>• wskazuje w ostrosłupach kąty między odcinkami i płaszczyznami (między krawędziami i ścianami, przekątnymi i ścianami), oblicza miary tych kątów.</li> <li>• stosuje trygonometrię do obliczeń długości odcinków, miar kątów, pól powierzchni i objętości ostrosłupów.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Pole powierzchni i objętość ostrosłupów</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <i>oblicza pole powierzchni i objętość ostrosłupa;</i></li> <li>• oblicza objętości i pola powierzchni ostrosłupów, również z wykorzystaniem trygonometrii i poznanych twierdzeń;</li> <li>• oblicza pole powierzchni i objętość ostrosłupów w bardziej złożonych sytuacjach;</li> <li>• wyznacza skalę podobieństwa brył podobnych;</li> <li>• wykorzystuje podobieństwo brył do obliczania objętości.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Kąt między prostą a płaszczyzną. Kąt dwuścienny</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• wskazuje w graniastosłupach i ostrosłupach kąty między ścianami;</li> <li>• wyznacza miarę kąta dwuściennego między ścianami bocznymi graniastosłupa i ostrosłupa.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Przekroje wielościanów</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• określa, jaką figurą jest dany przekrój prostopadłościanu płaszczyzną;</li> <li>• określa, jaką figurą jest dany przekrój graniastosłupa bądź ostrosłupa płaszczyzną;</li> <li>• wyznacza przekroje sześcianu i ostrosłupów prawidłowych oraz oblicza ich pola, także z wykorzystaniem trygonometrii.</li> </ul>
<b>Bryły obrotowe</b>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>• <i>Bryły obrotowe - podstawowe pojęcia. Pole powierzchni i objętość kuli</i></li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <i>wymienia rodzaje brył obrotowych;</i></li> <li>• <i>sporządza rysunek przekroju osiowego walca i stożka wraz z oznaczeniami;</i></li> <li>• <i>oblicza pole powierzchni i objętość kuli;</i></li> <li>• <i>określa, jaką figurą jest dany przekrój sfery.</i></li> </ul>



<ul style="list-style-type: none"> <li>• Pole powierzchni i objętość walca</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <i>oblicza pole powierzchni i objętość walca;</i></li> <li>• stosuje trygonometrię do obliczeń pola powierzchni i objętości walca.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Pole powierzchni i objętość stożka</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <i>oblicza pole powierzchni i objętość stożka;</i></li> <li>• stosuje trygonometrię do obliczeń pola powierzchni i objętości stożka.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Bryły obrotowe - zadania</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• rozpoznaje w walcach i w stożkach kąty między odcinkami oraz kąty między odcinkami i płaszczyznami (np. kąt rozwarcia stożka, kąt między tworzącą a podstawą), oblicza miary tych kątów;</li> <li>• stosuje trygonometrię do obliczeń długości odcinków, miar kątów, pól powierzchni i objętości brył obrotowych.</li> <li>• oblicza objętości i pola powierzchni walca, stożka i kuli, również z wykorzystaniem trygonometrii i poznanych twierdzeń;</li> <li>• wyznacza skalę podobieństwa brył podobnych;</li> <li>• wykorzystuje podobieństwo brył do obliczania objętości.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Bryły podobne</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• wyznacza skalę podobieństwa brył podobnych;</li> <li>• wykorzystuje podobieństwo brył do obliczania objętości.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>Bryły wpisane w kulę i opisane na kuli</b></li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>sporządza rysunki przekrojów osiowych brył wpisanych w kulę i opisanych na kuli;</b></li> <li>• <b>oblicza pola powierzchni i objętości brył wpisanych w kulę i opisanych na kuli;</b></li> <li>• <b>stosuje trygonometrię do obliczeń długości odcinków, pól powierzchni i objętości brył wpisanych w kulę i opisanych na kuli.</b></li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>Inne bryły wpisane i opisane</b></li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>sporządza rysunki przekrojów osiowych brył wpisanych w bryły i opisanych na bryłach;</b></li> <li>• <b>oblicza pola powierzchni i objętości brył wpisanych i opisanych;</b></li> <li>• <b>stosuje trygonometrię do obliczeń długości odcinków, pól powierzchni i objętości brył wpisanych i opisanych na kuli.</b></li> </ul>
<b>KLASA PIĄTA</b>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Powtórzenie materiału</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• zna materiał przewidziany programem nauczania;</li> <li>• rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności;</li> <li>• rozwiązuje zadania obejmujące swoim zakresem różne działy nauczania;</li> <li>• rozwiązuje zadania z parametrem;</li> <li>• rozwiązuje zadania na dowodzenie;</li> <li>• rozwiązuje zadania egzaminacyjne;</li> <li>• zwraca uwagę na poprawność zapisu.</li> </ul>

Arkusze maturalne	
<ul style="list-style-type: none"> <li>Strategia rozwiązywania zadań zamkniętych</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>zna i stosuje różne strategie rozwiązywania zadań zamkniętych;</li> <li>dobiera najlepszy (poprawny i najszybszy) sposób wyboru poprawnej odpowiedzi w zależności od sformułowania pytania, np. metodę „prób”, eliminacji i preferencji, rozwiązania problemu.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>Rozwiązywanie zadań otwartych - poziom podstawowy</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>rozwiązuje zadania otwarte krótkiej i rozszerzonej odpowiedzi z poziomu podstawowego;</li> <li>zwraca uwagę na poprawność zapisu.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>Rozwiązywanie zadań otwartych - poziom rozszerzony</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>rozwiązuje zadania otwarte z poziomu rozszerzonego;</li> <li>zwraca uwagę na poprawność zapisu.</li> </ul>

## **Osiągnięcia konieczne absolwenta szkoły ponadpodstawowej**

### **Uczeń powinien znać następujące pojęcia, własności i algorytmy:**

- w klasie I dotyczące: liczb rzeczywistych, przedziałów liczbowych, funkcji, wzorów skróconego mnożenia, wartości bezwzględnej, funkcji liniowej, równań i nierówności pierwszego stopnia z jedną niewiadomą, układów równań pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi, równoległości i prostopadłości prostych, wektorów;
- w klasie II dotyczące: funkcji kwadratowej, równań i nierówności kwadratowych, wzorów Viète'a, wielomianów, równań wielomianowych, wyrażeń wymiernych, równań wymiernych, układów równań drugiego stopnia z dwiema niewiadomymi, funkcji trygonometrycznych kąta ostrego,;
- w klasie III dotyczące: funkcji trygonometrycznych dowolnego kąta i zmiennej rzeczywistej, własności figur płaskich, wielokątów podobnych, twierdzenia Talesa i twierdzenia odwrotnego do niego, kątów w okręgu, okręgu opisanego na trójkącie i okręgu wpisanego w trójkąt, czworokątów wpisanych w okrąg i czworokątów opisanych na okręgu; twierdzenia sinusów i twierdzenia cosinusów, funkcji wykładniczych i funkcji logarytmicznych, odległości między punktami na płaszczyźnie kartezjańskiej oraz współrzędnych środka odcinka, symetrii osiowej względem osi układu współrzędnych i symetrii środkowej względem początku układu współrzędnych, wektorów w układzie współrzędnych, równania okręgu, wzajemnego położenia prostej i okręgu oraz dwóch okręgów, ciągów arytmetycznego i geometrycznego, statystyki;
- w klasie IV dotyczące: granicy ciągu, szeregu geometrycznego, granicy funkcji, ciągłości i pochodnej funkcji, kombinatoryki, wzoru dwumianowego Newtona, trójkąta Pascala, prawdopodobieństwa i stereometrii.
- W klasie V dotyczące: całości materiału z uwzględnieniem zadań maturalnych.

### **Uczeń powinien umieć posługiwać się ww. pojęciami, własnościami i algorytmami, a ponadto:**

- posługiwać się pojęciami, własnościami i algorytmami dotyczącymi: liczb rzeczywistych, przedziałów liczbowych, funkcji, równań, nierówności i układów równań, ciągów,

prawdopodobieństwa i figur geometrycznych wynikających z treści programu w zakresie rozszerzonym;

- stosować posiadaną wiedzę do rozwiązywania zadań praktycznych, np.:
  - korzystać z procentów w zadaniach związanych z podatkami, ubezpieczeniami, inflacją, lokatami bankowymi, kredytami itp.,
  - dokonywać obliczeń miarowych: obwodów, pól, objętości i przybliżać wyniki zadaną dokładnością,
  - odczytywać i analizować informacje z tabel, diagramów i wykresów, wyznaczać i interpretować liczby charakteryzujące zestawy danych;
- formułować zależności, wyciągać wnioski i uzasadniać ich prawdziwość;
- dobrać odpowiedni model matematyczny czy algorytm do sytuacji problemowej i weryfikować uzyskane wyniki;
- stosować definicje i twierdzenia w rozwiązywaniu problemów;
- argumentować i przeprowadzać rozumowanie dedukcyjne oraz uzasadniać jego poprawność;
- wykorzystywać w różnych sytuacjach takie urządzenia techniczne, jak kalkulator, kalkulator graficzny, komputer.