

Miejsce na identyfikację szkoły

ARKUSZ PRÓBNEJ MATURY Z OPERONEM MATEMATYKA

POZIOM ROZSZERZONY

Czas pracy: 180 minut

2021/2022

Instrukcja dla zdającego

1. Sprawdź, czy arkusz egzaminacyjny zawiera 16 stron (zadania 1.–16.). Ewentualny brak zgłoś przewodniczącemu zespołu nadzorującego egzamin.
2. Rozwiązania zadań i odpowiedzi zapisz w miejscu na to przeznaczonym.
3. W zadaniach zamkniętych (1.–4.) zaznacz jedną poprawną odpowiedź.
4. W zadaniu kodowanym (5.) wpisz w tabelę wyniku trzy cyfry wymagane w poleceniu.
5. W rozwiązaniach zadań otwartych (6.–16.) przedstaw tok rozumowania prowadzący do ostatecznego wyniku.
6. Pisz czytelnie. Używaj długopisu/pióra tylko z czarnym tuszem/atramentem.
7. Nie używaj korektora, a błędne zapisy wyraźnie przekreśl.
8. Zapisy w brudnopisie nie będą oceniane.
9. Obok numeru każdego zadania podana jest maksymalna liczba punktów możliwych do uzyskania.
10. Możesz korzystać z zestawu wzorów matematycznych, cyrkla i linijki oraz kalkulatora prostego.

Za rozwiązanie wszystkich zadań można otrzymać łącznie **50 punktów**.

Życzymy powodzenia!

Wpisuje zdający przed rozpoczęciem pracy

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

PESEL ZDAJĄCEGO

--	--	--

**KOD
ZDAJĄCEGO**

ZADANIA ZAMKNIĘTE

W zadaniach od 1. do 4. wybierz poprawną odpowiedź.

Zadanie 1. (0–1)

Liczba $\sqrt{3-2\sqrt{2}} - \sqrt{9+4\sqrt{2}}$ jest równa:

- A. $-(2-\sqrt{2})$ B. $-(2+\sqrt{2})$ C. $-(\sqrt{2}-2)$ D. $2+\sqrt{2}$

Zadanie 2. (0–1)

Wartość wyrażenia $\log_2 5 \cdot \log_5 81 \cdot \log_9 216$ wynosi:

- A. $6\log_2 6$ B. $6\log_2 5$ C. $9\log_2 6$ D. $6\log_2 9$

Zadanie 3. (0–1)

Równanie $|x^2 - 2x - 8| = m + 1$ w zależności od parametru m , gdzie $m \in \mathbb{R}$, ma maksymalną liczbę pierwiastków dla:

- A. $m \in \langle 0, 9 \rangle$ B. $m \in \langle -1, 8 \rangle$ C. $m \in (-9, 0)$ D. $m \in (-1, 8)$

Zadanie 4. (0–1)

Ciąg (a_n) jest określony wzorem $a_n = \frac{(7n - n^2)(3n + 1)}{4n^3 + 2n + 6}$ dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$. Granica tego ciągu dla $n \rightarrow \infty$ jest równa:

- A. $\frac{7}{4}$ B. $-\frac{1}{2}$ C. $-\frac{3}{4}$ D. $\frac{1}{2}$

BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)



Zadanie 5. (0–2)

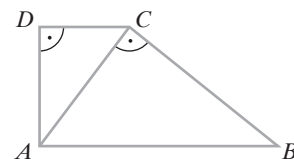
Wyznacz wszystkie liczby naturalne dodatnie spełniające tę nierówność i oblicz ich iloczyn.
W poniższe kratki wpisz kolejno trzy pierwsze cyfry otrzymanego wyniku.

--	--	--

[illegible]

Zadanie 6. (0–3)

Z dwóch podobnych trójkątów prostokątnych o skali podobieństwa 2 zbudowano trapez $ABCD$. Oblicz miarę kąta ostrego tego trapezu.



Odpowiedź:

Zadanie 7. (0–3)

Wiesz, że $a + b + c = 0$ i $abc = 2$. Wykaż, że $a^3 + b^3 + c^3 = 6$.



Zadanie 8. (0–4)

Reszta z dzielenia wielomianu $W(x)$ przez dwumian $x - 1$ jest równa 2, a reszta z dzielenia wielomianu $W(x)$ przez dwumian $x - 2$ jest równa 5. Wyznacz wielomian $R(x)$, który jest resztą z dzielenia wielomianu $W(x)$ przez $(x - 1)(x - 2)$.



Odpowiedź:

Zadanie 9. (0–4)

Dany jest czworokąt $ABCD$, w którym $|AB| = 12$, $|BC| = 6\sqrt{3}$, $|CD| = 3\sqrt{3}$, $|DA| = 3$ i przekątna AC ma długość 6. Oblicz długość przekątnej BD tego czworokąta.



Odpowiedź:

Zadanie 10. (0–2)

Dana jest funkcja f określona wzorem $f(x) = \frac{9 - 4x^2}{x^2 + 1}$. Oblicz wartość pochodnej tej funkcji dla argumentu -3 .

A large rectangular grid of graph paper, consisting of 20 columns and 30 rows of small squares, intended for the student to show their work.

Odpowiedź:

Zadanie 11. (0–3)

Wyznacz równania stycznych do okręgu $x^2 + y^2 - 2x - 8 = 0$ równoległych do prostej $y = 2x + 5$.



Odpowiedź:

Zadanie 12. (0–5)

Rozwiąż równanie $2 \sin^3 x - \sin x \cos x - \sin x = 0$ w przedziale $\langle 0, 2\pi \rangle$.



Odpowiedź:

Zadanie 13. (0–4)

Wyznacz wszystkie wartości parametru m , dla których trójmian kwadratowy

$f(x) = -x^2 + mx - m$ ma dwa różne pierwiastki rzeczywiste x_1 i x_2 , spełniające warunek $(x_1 + 3x_2)(x_2 + 3x_1) = -1$.



Odpowiedź:

Zadanie 14. (0–5)

Z urny zawierającej 6 kul białych i 4 kule czarne losujemy 2 kule i wkładamy je do drugiej, pustej urny. Następnie z obu urn losujemy po jednej kuli. Oblicz prawdopodobieństwo, że będą to dwie kule czarne.

A large rectangular grid of graph paper, consisting of 20 columns and 30 rows of small squares, intended for the student to show their calculations.

Odpowiedź:

Zadanie 15. (0–4)

Między liczby 4 i 36 wstawiono trzy liczby tak, aby w utworzonym w ten sposób ciągu trzy pierwsze liczby tworzyły ciąg arytmetyczny, a trzy ostatnie – ciąg geometryczny i aby suma wszystkich pięciu liczb wynosiła 90. Wyznacz te liczby.



Odpowiedź:

Zadanie 16. (0–7)

Suma długości krawędzi graniastosłupa prawidłowego czworokątnego wynosi $12\sqrt{3}$. Wyznacz największą z możliwych objętość tego graniastosłupa. Wynik zapisz w najprostszej postaci.

A large rectangular area filled with a fine grid of small squares, intended for students to draw or calculate their answer.

Odpowiedź:

BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)

A large rectangular area filled with a fine grid of squares, intended for rough work or calculations. The grid is composed of 20 columns and 30 rows of squares.

ISBN 978-83-8197-168-3



9 788381 971683