

**WYPEŁNIA ZDAJĄCY**

**KOD**

|  |  |  |
|--|--|--|
|  |  |  |
|--|--|--|

**PESEL**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|

**Egzamin maturalny**

**Formuła 2023**

# MATEMATYKA

## Poziom podstawowy

**Próbna Matura z Operonem 2024/2025**

DATA: **20 listopada 2024 r.**

CZAS TRWANIA: **180 minut**

LICZBA PUNKTÓW DO UZYSKANIA: **50**

**WYPEŁNIA ZESPÓŁ NADZORUJĄCY**

Uprawnienia zdającego do:

- ☐ dostosowania zasad oceniania
- ☐ dostosowania w zw. z dyskalkulią
- ☐ nieprzenoszenia zaznaczeń na kartę.

### Instrukcja dla zdającego

1. Sprawdź, czy arkusz egzaminacyjny zawiera 25 stron (zadania 1.–32.). Ewentualny brak zgłoś przewodniczącemu zespołu nadzorującego egzamin.
2. Nie wpisuj żadnych znaków w części przeznaczonej dla egzaminatora.
3. Rozwiązania zadań i odpowiedzi wpisuj w miejscu na to przeznaczonym.
4. Symbol  zamieszczony w nagłówku zadania oznacza, że rozwiązanie zadania zamkniętego musisz przenieść na kartę odpowiedzi.
5. Odpowiedzi do zadań zamkniętych zaznacz na karcie odpowiedzi w części karty przeznaczonej dla zdającego. Zamaluj  pola do tego przeznaczone. Błędne zaznaczenie otocz kółkiem  i zaznacz właściwe.
6. Pamiętaj, że pominięcie argumentacji lub istotnych obliczeń w rozwiązaniu zadania otwartego może spowodować, że za to rozwiązanie nie otrzymasz pełnej liczby punktów.
7. Pisz czytelnie i używaj tylko długopisu lub pióra z czarnym tuszem lub atramentem.
8. Nie używaj korektora, a błędne zapisy wyraźnie przekreśl.
9. Pamiętaj, że zapisy w brudnopisie nie będą oceniane.
10. Możesz korzystać z zestawu wzorów matematycznych, cyrkla i linijki oraz kalkulatora prostego.

1.

0-1

**Zadanie 1. (0-1)**

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Wartość wyrażenia  $\left(\frac{1}{5} - \frac{1}{2}\right)^{-2}$  jest równa:

A.  $\frac{100}{9}$

B.  $\frac{1}{9}$

C.  $-\frac{1}{9}$

D. 21

Brudnopis

2.

0-1

**Zadanie 2. (0-1)**

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Liczba  $\frac{4^8 + 2^{20}}{16^5}$  jest równa:

A.  $\frac{17}{16}$

B.  $\frac{9}{10}$

C.  $\frac{1}{4^5}$

D.  $2^{12}$

Brudnopis

3.

0-1-2

**Zadanie 3. (0-2)**

Wykaż, że dla każdej liczby naturalnej  $k$  liczba  $(3k + 2)^2 + (k + 3)^2 + 2k$  przy dzieleniu przez 5 daje resztę 3.

**Zadanie 4. (0–1)** 

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Wartość wyrażenia  $2(\log_{0,1} 3 + \log_{0,1} 6) - (\log_{0,1} 27 + \log_{0,1} 12)$  jest równa:

A. 1

B. 2

C. 0

D. 3

Brudnopis

4.

0–1

**Zadanie 5. (0–1)** 

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Dla każdej liczby rzeczywistej  $x$  wyrażenie  $(x+2)^2 - \frac{(2x+1)(x-2)}{2}$  jest równe:

A.  $\frac{11}{2}x + 5$

B.  $\frac{4x^2 + 5x + 6}{2}$

C.  $2x^2 + \frac{5}{2}x + 3$

D.  $\frac{11}{2}x - 5$

Brudnopis

5.

0–1

6.

0-1

**Zadanie 6. (0-1)**

**Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.**

Najmniejszą liczbą pierwszą spełniającą nierówność  $-4x + 7x > (x - 4)(x - 2) - x^2$  jest liczba:

A. 1

B. 2

C. 3

D. 5

Brudnopis

7.

0-1

**Zadanie 7. (0-1)**

**Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.**

Równanie  $\frac{x+3}{4x+8} = \frac{1}{x+1}$  w zbiorze liczb rzeczywistych:

A. nie ma rozwiązania

B. ma dokładnie jedno rozwiązanie:  $x = \sqrt{5}$

C. ma dwa rozwiązania, których suma wynosi 0

D. ma dokładnie dwa rozwiązania:  $(-3)$ ,  $(-1)$

Brudnopis

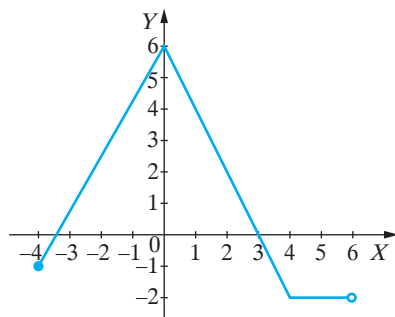


10.

0-1-2

**Zadanie 10. (0-2)**

W kartezjańskim układzie współrzędnych  $(x, y)$  narysowano wykres funkcji  $y = f(x)$  określonej w przedziale  $[-4, 6)$  (zobacz rysunek).



Uzupełnij tabelę dotyczącą własności funkcji  $f$ . Wpisz w każdą pustą komórkę tabeli właściwą odpowiedź, wybraną spośród oznaczonych literami A–F.

|    |                                                         |  |
|----|---------------------------------------------------------|--|
| 1. | Maksymalny przedział, w którym funkcja $f$ jest rosnąca |  |
| 2. | Przedział, który określa zbiór wartości funkcji $f$     |  |

A.  $[-4, 0)$

B.  $[-2, 6)$

C.  $[-4, 0]$

D.  $[-2, 6]$

E.  $(-2, 6]$

F.  $[0, 4]$

Brudnopis



12.

0-1

**Zadanie 12. (0-1)** 

Funkcja liniowa  $f$  jest określona wzorem  $f(x) = (k^2 - 3k + 2)x - k + 2$ , gdzie  $k \in \mathbb{R}$ .

**Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.**

Funkcja  $f$  nie ma miejsc zerowych dla:

A.  $k = 2$

B.  $k = -2$

C.  $k = 1$

D.  $k \in \{1, 2\}$

*Brudnopis*

**Zadanie 13.**

Dana jest funkcja kwadratowa  $f$  określona wzorem  $f(x) = -(x+1)^2 + 4$ .

13.1.

0-1

**Zadanie 13.1. (0-1)** 

**Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.**

Zbiorem wartości funkcji  $f$  jest przedział:

A.  $(-\infty, -1]$

B.  $(-\infty, 4]$

C.  $[4, +\infty)$

D.  $[-1, 4]$

*Brudnopis*



14.

0-1

**Zadanie 14. (0-1)**

Funkcja  $f$  określona jest wzorem  $f(x) = \frac{-3}{x}$  dla każdej liczby rzeczywistej  $x \neq 0$ .

**Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.**

Dla  $x = 1 - \sqrt{3}$  wartość funkcji  $f$  jest równa:

A.  $\frac{-3 - \sqrt{3}}{2}$

B.  $-3 + 3\sqrt{3}$

C.  $\frac{-3 + \sqrt{3}}{2}$

D.  $\frac{3 + 3\sqrt{3}}{2}$

Brudnopis

15.

0-1

**Zadanie 15. (0-1)**

Ciąg  $(a_n)$  jest określony wzorem  $a_n = -(n+2)(4-n)$  dla każdej liczby naturalnej  $n \geq 1$ .

**Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Wybierz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.**

|    |                                                                        |   |   |
|----|------------------------------------------------------------------------|---|---|
| 1. | Wyrazami ujemnymi ciągu $(a_n)$ są wyrazy pierwszy, drugi oraz trzeci. | P | F |
| 2. | Dwa wyrazy ciągu $(a_n)$ mają wartość zero.                            | P | F |

Brudnopis







21.

0-1

### Zadanie 21. (0-1)

Dany jest trapez równoramienny o ramionach długości  $\sqrt{6}$  i kącie między ramionami a dłuższą podstawą o mierze  $45^\circ$ .

**Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.**

Wysokość tego trapezu ma długość:

A.  $\sqrt{6}$

**B.**  $\sqrt{3}$

C.  $2\sqrt{3}$

### D. 3

## Brudnopis

## Zadanie 22.

Dany jest trójkąt prostokątny  $ABC$  o przyprostokątnych długości  $|AC| = \sqrt{6}$  oraz  $|BC| = 2\sqrt{2}$ .

## 22.1.

0-1

### Zadanie 22.1. (0-1)

**Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.**

Na tym trójkacie opisano okrąg. Długość promienia tego okręgu jest równa:

**A.**  $\sqrt{14}$

**B.**  $\sqrt{7}$

C.  $\frac{1}{2}\sqrt{14}$

**D.**  $\frac{1}{2}\sqrt{7}$

*Brudnopis*

**Zadanie 22.2. (0–2)**

Oblicz odległość środka ciężkości tego trójkąta od wierzchołka  $C$ . Zapisz obliczenia.

22.2.

0–1–2

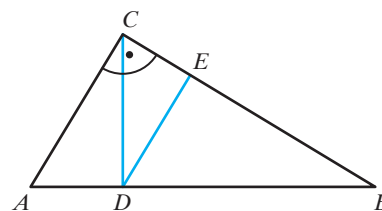


23.

0-1-2

### Zadanie 23. (0-2)

Dany jest trójkąt prostokątny  $ABC$ , w którym  $|\angle ACB| = 90^\circ$  oraz  $|\angle BAC| = 60^\circ$ . Punkt  $D$  jest punktem wspólnym wysokości poprowadzonej z wierzchołka  $C$  kąta prostego i przeciwprostokątnej  $AB$ . Przez punkt  $D$  poprowadzono prostą równoległą do boku  $AC$ , która przecięła bok  $BC$  w punkcie  $E$  (zobacz rysunek).



Wykaż, że  $|DE| = \frac{3}{4}|AC|$ .



### Zadanie 24. (0–3)

W kartezjańskim układzie współrzędnych  $(x, y)$  dany jest równoległobok  $ABCD$ . Trzy kolejne wierzchołki równoległoboku mają współrzędne  $A = (-1, 3)$ ,  $B = (5, 1)$ ,  $C = (7, 5)$ .

Przez wierzchołek  $C$  poprowadzono prostą  $k$  równoległą do prostej zawierającej przekątną  $BD$  równoległoboku. Prosta  $k$  przecięła prostą zawierającą podstawę  $AB$  równoległoboku w punkcie  $P$ . Przekątna  $BD$  zawiera się w prostej o równaniu  $y = -\frac{3}{2}x + \frac{17}{2}$ .

**Oblicz współrzędne punktu  $P$ . Zapisz obliczenia.**



24.

0–1

2–3

25.

0-1

**Zadanie 25. (0-1)**

W kartezjańskim układzie współrzędnych  $(x, y)$  dany jest okrąg  $O$  o środku w punkcie  $S = (3, -4)$ . Okrąg  $O$  ma jeden punkt wspólny z osią  $Ox$  układu współrzędnych.

**Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.**

Okrąg  $O$  jest określony równaniem:

A.  $(x - 3)^2 + (y + 4)^2 = 16$

B.  $(x + 3)^2 + (y + 4)^2 = 9$

C.  $(x + 3)^2 + (y - 4)^2 = 16$

D.  $(x - 3)^2 + (y + 4)^2 = 9$

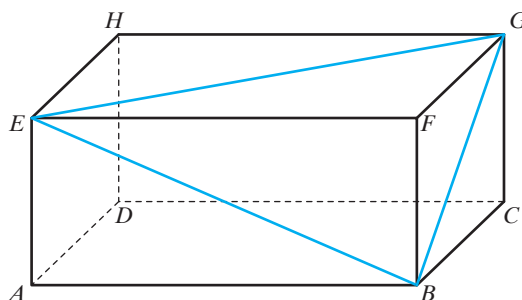
Brudnopis

26.

0-1

**Zadanie 26. (0-1)**

W prostopadłościanie  $ABCDEFGH$  dane są długości boków  $|AB| = \sqrt{11}$ ,  $|AD| = \sqrt{13}$ ,  $|AE| = \sqrt{15}$ .



**Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.**

Pole boczne tego prostopadłościanu jest równe:

A.  $2\sqrt{15}\sqrt{24}$

B.  $2\sqrt{15}(\sqrt{11} + \sqrt{13})$

C.  $12\sqrt{5}$

D.  $2\sqrt{2145}$

Brudnopis

**Zadanie 27. (0–1)** 

Dany jest ostrosłup prawidłowy. Liczba wszystkich krawędzi tego ostrosłupa jest równa 54.

**Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.**

Liczba wszystkich wierzchołków tego ostrosłupa jest równa:

A. 27

B. 55

C. 36

D. 28

27.

0–1

Brudnopis

**Zadanie 28. (0–1)**

Objętość walca  $W_1$  o promieniu podstawy 6 jest równa  $288\pi$ . Pole powierzchni bocznej walca  $W_2$  podobnego do walca  $W_1$  jest równe  $216\pi$ .

**Uzupełnij poniższe zdanie. Wpisz odpowiednią liczbę w wykropkowanym miejscu tak, aby zdanie było prawdziwe.**

Stosunek objętości walca  $W_1$  do objętości walca  $W_2$  jest równy .....

28.

0–1

Brudnopis



### Zadanie 31. (0-2)

Dany jest zbiór  $Z$  składający się z liczb całkowitych należących do przedziału  $[11, 17]$ . Wylosowanie każdej liczby z tego zbioru jest jednakowo prawdopodobne. Ze zbioru  $Z$  losujemy bez zwracania kolejno dwa razy po jednej liczbie i zapisujemy je w kolejności losowania.

**Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia  $A$  polegającego na tym, że suma wylosowanych liczb jest liczbą podzielną przez 3. Zapisz obliczenia.**

This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of small, uniform squares formed by thin, light gray lines. There are no margins, text, or other markings on the page.

32.

0–1–2  
3–4

### Zadanie 32. (0–4)

Różnica dwóch liczb  $x$  i  $y$  jest równa 8 oraz  $x > y$ . Wyrażenie  $W$  jest sumą podwojonej liczby  $y$  oraz potrojonego kwadratu liczby  $x$  zmniejszonej o jeden.

**Wyznacz  $x$  oraz  $y$ , dla których wartość wyrażenia  $W$  jest najmniejsza. Oblicz tę najmniejszą wartość. Zapisz obliczenia.**



## This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of thin, light gray horizontal and vertical lines that intersect to form small squares across the entire surface. There are no margins, text, or other markings on the paper.

This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of small, equal-sized squares formed by thin gray lines. There are no margins, text, or other markings on the page.

## KARTA ODPOWIEDZI

### WYPEŁNIA UCZEŃ

Kod ucznia

|  |  |  |  |
|--|--|--|--|
|  |  |  |  |
|--|--|--|--|

PESEL

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|

| Nr zad. | Odpowiedzi |    |    |    |   |   |
|---------|------------|----|----|----|---|---|
| 1.      | A          | B  | C  | D  |   |   |
| 2.      | A          | B  | C  | D  |   |   |
| 4.      | A          | B  | C  | D  |   |   |
| 5.      | A          | B  | C  | D  |   |   |
| 6.      | A          | B  | C  | D  |   |   |
| 7.      | A          | B  | C  | D  |   |   |
| 9.      | A          | B  | C  | D  |   |   |
| 10.1.   | A          | B  | C  | D  | E | F |
| 10.2.   | A          | B  | C  | D  | E | F |
| 11.     | PP         | PF | FP | FF |   |   |
| 12.     | A          | B  | C  | D  |   |   |
| 13.1.   | A          | B  | C  | D  |   |   |
| 13.2.   | PP         | PF | FP | FF |   |   |
| 13.3.   | A          | B  | C  | D  |   |   |
| 14.     | A          | B  | C  | D  |   |   |
| 15.     | PP         | PF | FP | FF |   |   |
| 17.     | A1         | A2 | A3 |    |   |   |
|         | B1         | B2 | B3 |    |   |   |
|         | C1         | C2 | C3 |    |   |   |
| 19.     | A          | B  | C  | D  |   |   |
| 21.     | A          | B  | C  | D  |   |   |
| 22.1.   | A          | B  | C  | D  |   |   |

### WYPEŁNIA ZESPÓŁ NADZORUJĄCY

Uprawnienia zdającego do:

- dostosowania zasad oceniania ☐
- dostosowania w zw. z dyskalkulią ☐
- nieprzenoszenia zaznaczeń na kartę ☐

### WYPEŁNIA EGZAMINATOR

| Nr zad. | Punkty                   |                          |                          |                          |                          |
|---------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
|         | 0                        | 1                        | 2                        | 3                        | 4                        |
| 3.      | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |                          |                          |
| 8.      | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |                          |                          |
| 16.     | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |                          |                          |                          |
| 18.     | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |                          |                          |
| 20.1.   | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |                          |                          |
| 20.2.   | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |                          |                          |
| 22.2.   | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |                          |                          |
| 23.     | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |                          |                          |
| 24.     | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |                          |
| 28.     | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |                          |                          |                          |
| 31.     | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |                          |                          |
| 32.     | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

| Nr zad. | Odpowiedzi |   |   |   |
|---------|------------|---|---|---|
| 25.     | A          | B | C | D |
| 26.     | A          | B | C | D |
| 27.     | A          | B | C | D |
| 29.     | A          | B | C | D |
| 30.     | A          | B | C | D |





ISBN 978-83-8197-508-7

