

**Międzyszkolne Zawody Matematyczne**  
**Klasa I LO i I Technikum - zakres podstawowy**  
**Etap rejonowy – 11.12.2004 rok**  
**Czas rozwiązywania zadań 150 minut**

**Zadanie 1 ( 2 pkt)**

Wykaż, że liczba  $2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{104}$  jest podzielna przez 3.

**Zadanie 2 ( 2 pkt)**

Dany jest kwadrat o boku długości  $a$ . Przekątna tego kwadratu jest bokiem drugiego kwadratu. Przekątna drugiego kwadratu jest bokiem trzeciego kwadratu. Jaka jest długość przekątnej trzeciego kwadratu, jeżeli  $a = 2\sqrt{2}$ .

**Zadanie 3 ( 3 pkt)**

Sprawdź, czy liczba :

$\sqrt{6+4\sqrt{2}} + \sqrt{6-4\sqrt{2}}$  jest liczbą wymierną.

**Zadanie 4 ( 3 pkt)**

Przekątne rombu tworzą z jednym z boków kąty, których miary różnią się o  $12^\circ$ . Oblicz miary kątów tego rombu.

**Zadanie 5 (4 pkt)**

Cyfra jedności pewnej liczby czterocyfrowej  $a$  jest 5. Jeżeli tę cyfrę przestawimy na początek, to otrzymamy liczbę o 2277 większą od liczby  $a$ . Znajdź liczbę  $a$ .

**Zadanie 6 ( 4 pkt)**

W trapezie równoramiennym wysokość ma długość 14 cm, a jego przekątne przecinają się pod kątem prostym i dzielą się w stosunku 2:5. Oblicz pole tego trapezu.

**Zadanie 7 ( 4 pkt)**

Na Kongres Matematyczny przybyło 100 matematyków, z których 85 posługiwało się językiem angielskim, 80 francuskim, 70 polskim, 66 rosyjskim. Czy wśród matematyków był taki, który posługiwał się czterema językami ?

**Zadanie 8 ( 4 pkt)**

Farmer rozdał konie swoim synom. Pierwszy otrzymał  $\frac{1}{9}$  wszystkich i jeszcze jednego, drugi

$\frac{1}{9}$  pozostałych i jeszcze dwa, trzeci  $\frac{1}{9}$  reszty i jeszcze trzy itd. Okazało się, że wszyscy synowie otrzymali po tyle samo koni. Ilu synów miał farmer ?

**Zadanie 9 (5 pkt)**

Piła ma 60 centymetrów długości i zęby będące przystającymi trójkątami równoramiennymi.

Wysokość każdego z zębów jest równa  $\frac{2}{3}$  jego podstawy. Po zębach piły maszeruje mrówka.

Jaką drogę przejdzie pokonując wszystkie zęby.

**Zadanie 10 (5 pkt)**

Znajdź wszystkie liczby naturalne podzielne przez 8, których suma cyfr wynosi 7, zaś iloczyn cyfr jest równy 6.

**Życzymy powodzenia**

### Kryteria oceniania dla klasy I LO i I Technikum– zakres podstawowy

| Nr zad | Wykonana czynność                                                                                                                                                              | Pkt |
|--------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| 1      | Zapisanie danej liczby w postaci $2(1+2) + 2^3(1+2) + \dots + 2^{103}(1+2)$                                                                                                    | 1   |
|        | Zapisanie uzyskanej sumy w postaci $3(2+2^3+2^5+2^7+\dots+2^{103})$ i udzielenie odpowiedzi                                                                                    | 1   |
| 2      | Zapisanie długości przekątnej trzeciego kwadratu, $d_3 = 2\sqrt{2}a$                                                                                                           | 1,5 |
|        | Obliczenie długości przekątnej dla $a = 2\sqrt{2}$ , $d_3 = 8$                                                                                                                 | 0,5 |
| 3      | Zapisanie wyrażeń pod pierwiastkiem w postaci $(2+\sqrt{2})^2$ i $(2-\sqrt{2})^2$                                                                                              | 2   |
|        | Obliczenie wartości pierwiastków i redukcja wyrazów podobnych                                                                                                                  | 0,5 |
|        | Udzielenie odpowiedzi : liczba wymierna 4                                                                                                                                      | 0,5 |
| 4      | Wykonanie rysunku z oznaczeniami                                                                                                                                               | 0,5 |
|        | Ułożenie układu równań :<br>$\begin{cases} \beta - \alpha = 12 \\ \beta + \alpha = 90 \end{cases}$                                                                             | 1   |
|        | Rozwiązanie układu równań                                                                                                                                                      | 1   |
|        | Obliczenie miar kątów rombu : $102^\circ$ , $78^\circ$ .                                                                                                                       | 0,5 |
| 5      | Zapisanie równania : $5000 + 100x + 10y + z = 1000x + 100y + 10z + 5 + 2277$ , gdzie $x, y, z$ są cyframi poszukiwanej liczby                                                  | 2   |
|        | Przekształcenie równania do postaci : $100x + 10y + z = 302$                                                                                                                   | 1   |
|        | Wyznaczenie cyfr $x, y, z$ i udzielenie odpowiedzi : $a = 3025$                                                                                                                | 1   |
| 6      | Wykonanie rysunku z oznaczeniami                                                                                                                                               | 0,5 |
|        | Obliczenie długości podstaw z wykorzystaniem np. własności trójkątów podobnych 20 cm, 8 cm ,                                                                                   | 2,5 |
|        | Obliczenie pola trapezu: $196 \text{ cm}^2$                                                                                                                                    | 1   |
| 7      | Obliczenie jaka byłaby liczba matematyków, gdyby każdy z nich władał dokładnie jednym językiem: 301                                                                            | 1,5 |
|        | Uzasadnienie , że istnieje taki matematyk, który posługuje się czterema językami                                                                                               | 2,5 |
| 8      | Zapisanie liczby koni, którą otrzymał pierwszy i drugi syn :<br>$l_1 = \frac{1}{9}x + 1$ , $l_2 = \frac{1}{9}(\frac{8}{9}x - 1) + 2$ , gdzie $x$ jest liczbą wszystkich koni , | 1   |
|        | Zapisanie i rozwiązanie równania : $l_1 = l_2$ , $x = 72$                                                                                                                      | 2,5 |
|        | Wyznaczenie liczby synów : 8                                                                                                                                                   | 0,5 |
| 9      | Wyznaczenie długości ramienia trójkąta w zależności od długości $a$ jego podstawy:<br>$b = \frac{5}{6}a$                                                                       | 1,5 |
|        | Zapisanie ilości zębów piły w zależności od długości $a$ : $\frac{60}{a}$                                                                                                      | 1,5 |
|        | Obliczenie drogi, którą przebyła mrówka : $\frac{5}{6}a \frac{60}{a} 2 = 100 \text{ cm}$                                                                                       | 2   |
| 10     | Wypisanie liczb dwucyfrowych, spełniających warunek dotyczący cyfr : 16, 61                                                                                                    | 1   |
|        | Uzasadnienie, że nie ma liczb trzycyfrowych, spełniających warunek dotyczący cyfr                                                                                              | 1   |
|        | Wypisanie liczb czterocyfrowych spełniających warunek dotyczący cyfr : 1132, 1312, 3112 i uzasadnienie, że innych liczb czterocyfrowych o tej własności nie ma                 | 1,5 |
|        | Uzasadnienie, że nie ma takich liczb $n$ -cyfrowych, gdzie $n > 4$ spełniających warunek dotyczący cyfr                                                                        | 1   |

|  |                                                                      |     |
|--|----------------------------------------------------------------------|-----|
|  | Wypisanie liczb spełniających warunki zadania : 16, 1132, 1312, 3112 | 0,5 |
|--|----------------------------------------------------------------------|-----|

Za poprawnie rozwiązane zadania metodą inną aniżeli opisana w schemacie punktowania należy przyznać maksymalną liczbę punktów.

Jeżeli uczeń rozwiązał zadanie inną metodą i popełnił błędy to należy określić i ocenić czynności równoważne do wymienionych w schemacie.

Można przyznawać połówki punktów.