

Międzyszkolne Zawody Matematyczne
Klasa I LO i I Technikum - zakres podstawowy
Etap rejonowy – 03.12.2005 rok
Czas rozwiązywania zadań 150 minut

Zadanie 1 (2 pkt)

Wiedząc, że $\frac{a+b}{b} = \frac{1}{4}$ dla $b \neq 0$. Oblicz $\frac{3a}{a+b}$

Zadanie 2 (2 pkt)

Przekątne prostokąta przecinają się pod kątem 120° . Oblicz stosunek długości boków tego prostokąta.

Zadanie 3 (3 pkt)

Udowodnij, że $(\sqrt{7+2\sqrt{6}} - \sqrt{7-2\sqrt{6}})^2 = 4$

Zadanie 4 (3 pkt)

Dla jakich wartości parametru m rozwiązaniem układu $\begin{cases} x - y = m - 1 \\ 2x - y = 3 - m \end{cases}$ jest para liczb dodatnich takich, że każda z nich jest mniejsza od 3.

Zadanie 5 (4 pkt)

W trapezie prostokątnym ABCD, ($AD \perp AB$) długości podstaw i ramienia prostopadłego do podstaw są odpowiednio równe a , b i c . Wyznacz odległość punktu przecięcia się przekątnych tego trapezu od podstawy AB.

Zadanie 6 (4 pkt)

Dwusieczne kątów wewnętrznych trójkąta ABC przy wierzchołkach A i B przecinają się w punkcie S. Przez punkt S poprowadzono prostą równoległą do boku AB, która przecina bok AC w punkcie D, zaś bok BC w punkcie E. Wykaż, że $|DE| = |AD| + |BE|$.

Zadanie 7 (4 pkt)

Stara legenda głosi, że czeska królowa Libusza obiecała oddać swą rękę temu z trzech ubiegających się o nią rycerzy, który rozwiąże zadanie:

"Ile brzoskwiń mieści koszyk, z którego połowę całej zawartości i jedną brzoskwinie oddam pierwszemu, zaś drugiemu połowę reszty i jedną brzoskwinie, wreszcie trzeciemu połowę pozostałych i trzy ostatnie?"

Oblicz ile brzoskwiń otrzymałby każdy z rycerzy.

Zadanie 8 (4 pkt)

Wśród 400 badanych osób 65% biegle zna język angielski, 47% zna biegle język francuski, a 24% zna biegle oba języki.

Oblicz ile osób spośród badanych nie zna żadnego z tych języków.

Zadanie 9 (5 pkt)

Jeden z boków trójkąta ma długość $1 + \sqrt{3}$. Kąty przylegające do tego boku mają miary równe odpowiednio 45° i 30° . Oblicz pole i obwód tego trójkąta.

Zadanie 10 (5 pkt)

Suma cyfr liczby dwucyfrowej należy do zbioru rozwiązań nierówności $|t - 9| - 1 < 0$.

Jeżeli w tej liczbie przestawimy cyfry, to stosunek otrzymanej liczby do liczby początkowej będzie wynosił $5 : 6$. Jakie to liczby?

Życzymy powodzenia

Kryteria oceniania dla klasy I LO i I Technikum– zakres podstawowy

Nr zad	Wykonana czynność	Pkt
1	Przekształcenie wzoru do postaci $b = -\frac{4}{3}a$	1
	Obliczenie wartości wyrażenia $\frac{3a}{a+b} : -9$	1
2	Rysunek wraz z oznaczeniami np. a - długość prostokąta, b - szerokość prostokąta	0,5
	Uzasadnienie, że trójkąt ABO (gdzie A,B to kolejne wierzchołki prostokąta a O punkt przecięcia się przekątnych) jest trójkątem równoramiennym	0,5
	Obliczenie miar kątów w trójkącie równoramiennym	0,5
	Obliczenie stosunku długości boków tego prostokąta ; $\frac{b}{a} = \frac{\sqrt{3}}{3}$	0,5
3	Znajomość wzoru skróconego mnożenia $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$	0,5
	Przekształcenie lewej strony równości do postaci : $7 + 2\sqrt{6} - 2\sqrt{25} + 7 - 2\sqrt{6}$	1,5
	Dokonanie redukcji wyrazów podobnych i obliczenie wartości lewej strony równości ; 4	1
4	Rozwiązanie układu równań : $\begin{cases} x = 4 - 2m \\ y = 5 - 3m \end{cases}$	1
	Zapisanie układu nierówności $\begin{cases} 0 < 4 - 2m < 3 \\ 0 < 5 - 3m < 3 \end{cases}$	0,5
	Rozwiązanie układu nierówności podwójnych: $m \in (\frac{2}{3}, \frac{5}{3})$	2,5
5	Rysunek wraz z oznaczeniami	0,5
	Uzasadnienie, że trójkąty ABS i CDS, gdzie S jest punktem przecięcia się przekątnych są podobne	1
	Zapisanie równania $\frac{a}{b} = \frac{x}{c-x}$ gdzie x jest odległością punktu S od podstawy AB	1
	Wyznaczenie x ; $x = \frac{a \cdot c}{a+b}$	1,5
6	Rysunek z oznaczeniami	0,5
	Zapisanie równania : $ DE = DS + SE $ gdzie S jest punktem przecięcia się dwusiecznych kątów wewnętrznych trójkąta	0,5
	Uzasadnienie, że kąty BAS i DSA oraz kąty ABS, ESB są przystające, jako kąty naprzemianległe	1
	Uzasadnienie, że trójkąty ASD i BSE są równoramienne a tym samym $ AD = DS $ oraz $ BE = ES $	1,5
	Wyciągnięcie wniosków z wcześniejszych zapisów a mianowicie że $ DE = AD + BE $	0,5
7	Analiza zadania : x - liczba brzoskwiń w koszyku, $\frac{1}{2}x + 1$ - liczba brzoskwiń, którą otrzymał pierwszy rycerz, $\frac{1}{4}x + \frac{1}{2}$ - liczba brzoskwiń, którą otrzymał drugi rycerz, $\frac{1}{8}x + 2\frac{1}{4}$ - liczba brzoskwiń, które otrzymał trzeci rycerz.	1,5

	Zapisanie równania: $\frac{1}{2}x + 1 + \frac{1}{4}x + \frac{1}{2} + \frac{1}{8}x + 2\frac{1}{4} = x$	0,5
	Rozwiązanie równania : $x = 30$	1
	Sprawdzenie czy wyznaczone liczby spełniają warunki zadania oraz udzielenie odpowiedzi : Pierwszy rycerz otrzymał 16 brzoskwiń, drugi 8 brzoskwiń a trzeci 6 brzoskwiń, a w koszyku było 30 brzoskwiń.	1
8	Sporządzenie diagramu Venna	0,5
	Obliczenie jaki procent uczniów zna tylko język angielski : 41%	0,5
	Obliczenie jaki procent uczniów zna tylko język francuski ; 23%	0,5
	Obliczenie jaki procent uczniów zna co najmniej jeden język obcy ; 88%	1
	Obliczenie jaki procent uczniów nie zna żadnego języka obcego ; 12%	1
	Obliczenie liczby uczniów, którzy nie znają żadnego języka obcego ; 48 uczniów	0,5
9	Rysunek wraz z oznaczeniami np. $ AB = 1 + \sqrt{3}$, miara kąta CAB - 45^0 , miara kąta CBA - 30^0	0,5
	Zauważenie, że wysokość mająca długości h , poprowadzona z wierzchołka C dzieli trójkąt ABC na dwa trójkąty z których pierwszy jest połową kwadratu o boku długości h a drugi połową trójkąta równobocznego o boku długości $2h$	2
	Zapisanie równania $h + \frac{2h\sqrt{3}}{2} = 1 + \sqrt{3}$	1
	Rozwiązanie równania ; $h = 1$	0,5
	Obliczenie pola i obwodu trójkąta ; $P = \frac{1 + \sqrt{3}}{2}$ i $Obwód = 3 + \sqrt{2} + \sqrt{3}$	1
10	Analiza zadania: x - cyfra dziesiątek, y - cyfra jedności, $x + y = t$	0,5
	Rozwiązanie nierówności ; $t \in (8,10)$	1
	Wyznaczenie liczby naturalnej należącej do przedziału $(8,10)$; 9	0,5
	Zapisanie układu równań : $\begin{cases} x + y = 9 \\ \frac{10x + y}{10y + x} = \frac{5}{6} \end{cases}$	1
	Rozwiązanie układu równań ; $x = 4, y = 5$	1
	Sprawdzenie, czy wyznaczone liczby spełniają warunki zadania i udzielenie odpowiedzi : liczby dwucyfrowe 45 i 54 spełniają warunki zadania	1

Za poprawnie rozwiązane zadania metodą inną aniżeli opisana w schemacie punktowania należy przyznać maksymalną liczbę punktów.

Jeżeli uczeń rozwiązał zadanie inną metodą i popełnił błędy to należy określić i ocenić czynności równoważne do wymienionych w schemacie.

Można przyznawać połówki punktów.