

Międzyszkolne Zawody Matematyczne
Klasa I LO, I Technikum – zakres podstawowy
Etap II – 15.12.2007 rok
Czas rozwiązywania zadań 150 minut

Zadanie 1 (2 pkt)

Wyznacz liczbę naturalną n taką, że $\frac{n^2 - 6}{10}$ jest dwucyfrową liczbą pierwszą mniejszą od 20.

Zadanie 2 (2 pkt)

Sprawdź, czy liczba postaci $\sqrt{6 - 2\sqrt{5}} - \frac{5}{\sqrt{5}}$ jest liczbą całkowitą

Zadanie 3 (3 pkt)

Na trzech drzewach siedziało razem 36 sikorek. Kiedy z pierwszego drzewa przeleciało na drugie drzewo 6 sikorek, a z drugiego na trzecie 4 sikorki, to na każdym drzewie siedziała jednakowa liczba sikorek. Ile sikorek siedziało początkowo na każdym drzewie?

Zadanie 4 (3 pkt)

Na zabawie było 12 osób (chłopców i dziewcząt). Jeżeli jeden chłopiec opuści zabawę, to liczba sposobów doboru par tańczących zmniejszy się o 7. Ile było dziewcząt na tej zabawie? Uwaga: tańczą jedynie pary dziewczynka - chłopiec.

Zadanie 5 (4 pkt)

Wyznacz wszystkie możliwe wartości m, n dla których liczba $213m54n$ jest podzielna przez 36. Odpowiedź uzasadnij.

Zadanie 6 (4 pkt)

Zastęp harcerzy miał do przebycia pewną trasę. W pierwszym dniu harcerze przebyli $\frac{9}{17}$ trasy, w drugim $\frac{4}{15}$ pozostałej trasy, a w trzecim pozostałe 35,2 kilometra. Ile kilometrów przebyli harcerze po dwóch dniach?

Zadanie 7 (4 pkt)

Czy trójkąt o bokach:

$$a = \frac{3 - \frac{3}{4} + \frac{3}{5}}{5 - \frac{5}{4} + \frac{168}{5}}, \quad b = \frac{202020}{252525}, \quad c = \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{\frac{2}{3} - \frac{1}{2}} \text{ jest prostokątny?}$$

Zadanie 8 (4 pkt)

Wysokość trójkąta równobocznego jest krótsza od jego boku o 1. Oblicz pole trójkąta.

Zadanie 9 (5 pkt)

Jeżeli liczbę dwucyfrową podzielimy przez sumę jej cyfr, to otrzymamy 6 i resztę 3. Jeżeli natomiast podzielimy tę liczbę przez sumę cyfr powiększoną o 2, to otrzymamy 5 i resztę 5. Jaka to liczba?

Zadanie 10 (5 pkt)

W trapezie równoramiennym wysokość ma długość 14 cm, a jego przekątne przecinają się pod kątem prostym i dzielą się w stosunku 2:5. Oblicz pole tego trapezu.

Życzymy powodzenia

Kryteria oceniania dla klasy I – zakres podstawowy

Nr zad	Wykonana czynność	Pkt
1	Zauważenie, że $\frac{n^2-6}{10}=11$ lub $\frac{n^2-6}{10}=13$ lub $\frac{n^2-6}{10}=17$ lub $\frac{n^2-6}{10}=19$, czyli $n^2=116$ lub $n^2=136$ lub $n^2=176$ lub $n^2=196$	1
	Zauważenie, że tylko 196 jest kwadratem liczby naturalnej mianowicie liczby 14.	0,5
	Udzielenie odpowiedzi: szukaną liczbą jest liczba 14.	0,5
2	Zapisanie liczby w postaci : $\sqrt{(\sqrt{5}-1)^2}-\sqrt{5}$	1
	Zapisanie liczby w postaci $ \sqrt{5}-1 -\sqrt{5}$	0,5
	Zapisanie liczby w postaci : $\sqrt{5}-1-\sqrt{5}=-1$ i udzielenie odpowiedzi to jest liczba całkowita.	0,5
3	Zauważenie, że po lotach na każdym z drzew siedziało po 12 sikorek	1
	Obliczenie liczby sikorek, która siedziała na początku na poszczególnych drzewach: 18, 10, 8	2
4	Pierwszy sposób: Analiza zadania: $12-x$ - liczba chłopców, x - liczba dziewcząt	0,5
	Zapisanie równania: $x(12-x)=x(12-x-1)+7$	1
	Rozwiązanie równania: $x=7$	1
	Udzielenie odpowiedzi: Na zabawie było 7 dziewcząt.	0,5
	Drugi sposób: Skoro liczba sposobów doboru tańczących par zmniejszyła się po odejściu jednego chłopca o 7, to znaczy, że było 7 dziewcząt.	3
5	Zauważenie faktu, że liczba jest podzielna przez 36 jeżeli jest podzielna przez 4 i 9	1
	Wyznaczenie wartości n dla której liczba jest podzielna przez 4 : $n=0$ lub $n=4$ lub $n=8$	1
	Wyznaczenie wartości m przy uwzględnieniu, że liczba ma być podzielna przez 9 dla wyznaczonych wartości n	1
	Udzielenie odpowiedzi: $n=0$, $m=3$ lub $n=4$, $m=8$, lub $n=8$, $m=4$	1
6	Analiza zadania: x - długość trasy, którą przebył zastęp harcerzy w ciągu trzech dni	0,5
	Ułożenie równania : $x - (\frac{9}{17}x + \frac{4}{15} \cdot \frac{8}{17}x) = 35,2$	1,5
	Rozwiązanie równania : $x=102$ km	1,5
	Obliczenie długości trasy, którą harcerze przebyli w I i II dniu: 66,8 km.	0,5
7	Obliczenie wartości podanych wyrażeń: $a=\frac{3}{5}$, $b=\frac{4}{5}$, $c=1$	2,5
	Znajomość twierdzenia odwrotnego do Twierdzenia Pitagorasa	0,5
	Wykazanie, że $\left(\frac{3}{5}\right)^2 + \left(\frac{4}{5}\right)^2 = 1^2$ i udzielenie odpowiedzi: trójkąt o bokach a, b, c jest trójkątem prostokątnym	1
8	Analiza zadania : a – długość boku trójkąta równobocznego , h – długość wysokości trójkąta równobocznego	0,5
	Zapisanie długości trójkąta w postaci : $h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$	0,5
	Ułożenie równania: $a - \frac{a\sqrt{3}}{2} = 1$	1

	Rozwiązanie równania : $a = \frac{2}{2-\sqrt{3}}$ czyli $a = 2(2 + \sqrt{3})$	1
	Obliczenie pola trójkąta: $P = 7\sqrt{3} + 12$	1
9	I sposób: Analiza zadania: x - cyfra dziesiątek, y – cyfra jedności	0,5
	Zapisanie układu równań: $\begin{cases} 10x + y = 6(x + y) + 3 \\ 10x + y = 5(x + y + 2) + 5 \end{cases}$	2
	Rozwiązanie układu: $\begin{cases} x = 7 \\ y = 5 \end{cases}$	2
	Udzielenie odpowiedzi: Jest to liczba 75	0,5
	II sposób: Analiza zadania: x - cyfra dziesiątek, y – cyfra jedności	0,5
	Zapisanie układu równań: $\begin{cases} 10x + y = 6(x + y) + 3 \\ 10x + y = 5(x + y + 2) + 5 \end{cases}$	2
	Zauważenie, że liczba dwucyfrowa jest podzielna przez 3 i przez 5 a więc jest podzielna przez 15.	2
	Podanie liczby dwucyfrowej podzielnej przez 15 i spełniającej warunki zadania: to jest liczba 75.	0,5
10	Wykonanie rysunku z oznaczeniami: $ AB = a$, $ CD = b$, $ DE = h = 14$, O - punkt przecięcia się przekątnych.	1
	Zauważenie, że trójkąty ABO i CDO są prostokątne, równoramienne oraz podobne w skali podobieństwa $\frac{5}{2}$.	1
	Obliczenie wysokości w trójkątach ABO i CDO : $h_1 = 10$, $h_2 = 4$	1
	Obliczenie długości podstaw: $a = 20$, $b = 8$	1
	Obliczenie pola trapezu: $P = 196$	1

Za poprawnie rozwiązane zadania metodą inną aniżeli opisana w schemacie punktowania należy przyznać maksymalną liczbę punktów.

Jeżeli uczeń rozwiązał zadanie inną metodą i popełnił błędy to należy określić i ocenić czynności równoważne do wymienionych w schemacie.

Można przyznawać połówki punktów.