

Międzyszkolne Zawody Matematyczne
Klasa II LO, II i III Technikum – zakres podstawowy
Etap rejonowy – 19.12.2009 rok
Czas rozwiązywania zadań 150 minut

Zadanie 1. (2 pkt)

Podaj dwie ostatnie cyfry liczby $9^{2011} - 9^{2009}$

Zadanie 2. (2 pkt)

W okrąg o promieniu 1 wpisano prostokąt, którego jeden bok jest dwa razy dłuższy od drugiego. Oblicz pole tego prostokąta.

Zadanie 3. (3 pkt)

Zuzia wydała połowę swoich pieniędzy i jeszcze 5 zł na książkę, następnie połowę pozostałych pieniędzy i 3 zł na kanapkę i napój. Wtedy zostało jej 1 zł. Ile pieniędzy miała początkowo Zuzia?

Zadanie 4. (3 pkt)

Wykaż, że różnica liczby dwucyfrowej oraz liczby otrzymanej przez przestawienie cyfr jest podzielna przez 9.

Zadanie 5. (4 pkt)

Oblicz pole rombu, którego jedna przekątna jest o 1 cm dłuższa, a druga o 3 cm dłuższa od długości boku rombu.

Zadanie 6. (4 pkt)

Marek zapisał swoją datę urodzin w formacie dd-mm-rr (dzień, miesiąc i 2 ostatnie cyfry roku), a następnie pomnożył wszystkie 3 liczby otrzymując wynik 2009. Córką Marka, Magda, wykonała tę samą operację na swojej dacie urodzin otrzymując wynik iloczynu 2010. Podaj dokładne daty urodzin Marka i Magdy, jeśli wiadomo, że w chwili urodzin Magdy Marek miał ukończone 26 lat.

Zadanie 7. (4 pkt)

Znajdź wszystkie pary liczb naturalnych a i b jeśli $NWD(a,b)=6$ a $NWW(a,b)=36$

Zadanie 8. (4 pkt)

Do liczby dwucyfrowej dopisano na końcu 5. Otrzymana liczba trzycyfrowa jest o 293 większa od początkowej liczby. Znajdź obie liczby.

Zadanie 9. (5 pkt)

Karol wyłożył prostokątny plac o wymiarach 5m na 10m kostką brukową w dwóch kolorach: na zewnątrz obwódka o jednakowej szerokości w kolorze czerwonym, wewnątrz prostokąt w kolorze beżowym. Oblicz szerokość obwódki, jeśli Karol wyłożył 26 m. kw. kostki w kolorze czerwonym.

Zadanie 10. (5 pkt)

Oblicz $f(2)$ wiedząc, że dla dowolnego $x \neq 0$ zachodzi warunek $2f(x) - 3f\left(\frac{1}{x}\right) = 2x - 3$

.

Życzymy powodzenia

Kryteria oceniania dla klasy II LO, II i III Technikum– zakres podstawowy

Nr zad	Wykonana czynność	pkt
1	Zapisanie liczby w postaci $80 \cdot 9^{2009}$	1
	Ustalenie ostatniej cyfry liczby 9^{2009} i podanie odpowiedzi 20	1
2	Zapisanie równania wynikającego z tw. Pitagorasa $x^2 + (2x)^2 = 2^2$	1
	Obliczenie długości boków i pola prostokąta	1
3	Ułożenie równania $x - \left\{ \frac{1}{2}x + 5 + \frac{1}{2} \left[x - \left(\frac{1}{2}x + 5 \right) \right] + 3 \right\} = 1$	2
	Rozwiązanie równania i podanie odpowiedzi 26	1
4	Zapisanie liczby dwucyfrowej i liczby otrzymanej przez przestawienie cyfr	1
	Zapisanie różnicy tych liczb w najprostszej postaci	1
	Uzasadnienie, że różnica jest podzielna przez 9	1
5	Wykonanie rysunku z oznaczeniami	1
	Zapisanie warunku z twierdzenia Pitagorasa	1
	Rozwiązanie równania $\left(\frac{a+1}{2} \right)^2 + \left(\frac{a+3}{2} \right)^2 = a^2$	1
	Znalezienie długości przekątnych i pola rombu 24	1
6	Rozkład 2009 na czynniki pierwsze i znalezienie jedynej możliwej daty urodzin Marka 07.07.41	1
	Znalezienie rozkładu 2010 na czynniki pierwsze	1
	Analiza możliwych dat urodzin Magdy	1
	Wykorzystanie informacji o wieku ojca do znalezienia jedynej możliwej daty urodzin Magdy 03.10.67	1
7	Zapisanie $a = 6c$, $b = 6d$ i c,d nie mają wspólnych dzielników	1
	Zapisanie NWW(a,b) = 6cd i cd = 6	1
	Rozwiązanie równania cd = 6 w liczbach naturalnych (2 rozwiązania)	1
	Obliczenie a i b (6, 36) lub (12,18)	1
8	Prawidłowe zapisanie liczby dwucyfrowej $10a + b$ i trzycyfrowej $100a + 10b + 5$	1
	Ułożenie równania $100a + 10b + 5 = 10a + b + 293$	1
	Zapisanie równania w postaci $10a + b = 32$	1
	Zauważenie, że otrzymaliśmy szukaną liczbę dwucyfrową 32 i zapisanie liczby trzycyfrowej 325	1
9	Wykonanie rysunku z oznaczeniami	1
	Zapisanie wzoru na pole części powierzchni w kolorze beżowym $(10 - 2x)(5 - 2x) = 24$ (lub czerwonym $30x - 4x^2 = 26$) i zapisanie warunku, który x musi spełniać $x < 2,5$	1,5
	Rozwiązanie równania z poprzedniej czynności	1,5
	Odrzucenie wyniku nie spełniającego warunku zadania i podanie rozwiązania $x=1$	1
10	Podstawienie 2 w miejsce x	1
	Podstawienie $\frac{1}{2}$ w miejsce x	1
	Zapisanie układu równań	1
	Rozwiązanie układu równań i podanie odpowiedzi $f(2) = \frac{4}{5}$	2

Za poprawnie rozwiązane zadania metodą inną aniżeli opisana w schemacie punktowania należy przyznać maksymalną liczbę punktów.

Jeżeli uczeń rozwiązał zadanie inną metodą i popełnił błędy, to należy określić i ocenić czynności równoważne do wymienionych w schemacie. Można przyznawać połówki punktów.