

Międzyszkolne Zawody Matematyczne
Klasa I - zakres podstawowy
Etap wojewódzki – 17.04.2004 rok
Czas rozwiązywania zadań 150 minut

Zad 1 (6 pkt)

Znajdź wszystkie liczby czterocyfrowe podzielne przez 15, w których cyfrą tysięcy jest jeden, a cyfrą dziesiątek dwa.

Odpowiedź uzasadnij.

Zad.2 (6 pkt)

Sporządź wykres funkcji, która liczbie m przyporządkowuje liczbę rozwiązań równania

$$2|x+1| - 2|x| + |x-1| = m$$

Zad. 3 (6 pkt)

Pewien samochód spala średnio 14 litrów benzyny na 100 kilometrów. Właściciel postanowił założyć w nim instalację gazową, która będzie kosztować 2000 złotych. Zużycie paliwa (gazu) wzrośnie o 15 %, ale inwestycja i tak będzie opłacalna, bo gaz jest 2,5 razy tańszy od benzyny.

- a) Przyjmując cenę benzyny 3,30 złotych za litr, oblicz po przejechaniu ilu kilometrów inwestycja się zwróci.
- b) Zakładając, że właściciel samochodu przejeżdża nim rocznie 20 000 kilometrów, oblicz, po ilu latach użytkowania za zaoszczędzone na paliwie pieniądze będzie on mógł kupić skuter wart 7 500 złotych.

Zad 4 (6 pkt)

Wysokość CC_1 trójkąta ABC ma długość 4 i dzieli podstawę na dwie części AC_1 i C_1B takie, że $|AC_1| : |C_1B| = 1 : 8$.

Oblicz:

- a) długości boków trójkąta, zakładając, że kąt przy wierzchołku C jest prosty,
- b) długość odcinka DD_1 równoległego do wysokości CC_1 dzielącego trójkąt ABC na dwie figury o równych polach.

Zad 5 (6 pkt)

Na bokach AB i BC równoległoboku ABCD zbudowano na zewnątrz kwadraty ABPQ i BCRS. Wykaż, że odcinki DQ i DR są równej długości oraz wyznacz miarę kąta między nimi.

Życzymy powodzenia

Kryteria oceniania dla klasy I – zakres podstawowy

Nr zad	Wykonana czynność	Pkt
1	Analiza zadania : cyfra jedności i setek należy do zbioru $\{0,1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$	0,5
	Uwzględnienie faktu, że liczba jest podzielna przez 15 wtedy i tylko wtedy gdy jest podzielna przez 3 i jest podzielna przez 5	0,5
	Uwzględnienie faktu, że liczba podzielna przez 5 ma cyfrę jedności równą 0 lub 5	1
	Uwzględnienie cechy podzielności przez 3 dla ustalenia cyfry setek przy założeniu, że cyfra jedności równa się 0	1,5
	Uwzględnienie cechy podzielności przez 3 dla ustalenia cyfry setek przy założeniu, że cyfra jedności równa się 5	1,5
	Odpowiedź: 1020, 1320, 1620, 1920, 1125, 1425, 1725	1
2	Zapisanie wzoru funkcji $f(x) = 2 x+1 - 2 x + x-1 $ w postaci:	2
	$f(x) = \begin{cases} -x-1 & \text{dla } x < -1 \\ 3x+3 & \text{dla } -1 \leq x < 0 \\ -x+3 & \text{dla } 0 \leq x < 1 \\ x+1 & \text{dla } x \geq 1 \end{cases}$	
	Wykonanie wykresu funkcji $y = f(x)$	1,5
	Zauważenie, że liczba rozwiązań równania to liczba punktów wspólnych wykresów funkcji $y = f(x)$ i $y = m$,	0,5
	Określenie funkcji h , która liczbie m przypisuje liczbę rozwiązań równania:	1
	$h(m) = \begin{cases} 0 & \text{gdy } m < 0 \\ 1 & \text{gdy } m = 0 \\ 2 & \text{gdy } 0 < m < 2 \text{ lub } m > 3 \\ 3 & \text{gdy } m = 2 \text{ lub } m = 3 \\ 4 & \text{gdy } 2 < m < 3 \end{cases}$	
	Wykonanie wykresu funkcji h	1
3	Obliczenie zużycia paliwa (gazu) po zainstalowaniu instalacji gazowej: 16,1 litra na 100 km	1
	Obliczenie kosztu przejechania 100 km na paliwie benzynowym : 46,2 zł i gazowym ; 21,25 zł	1
	Obliczenie oszczędności na każde 100 kilometrów ; 24,95 zł	0,5
	Obliczenie po ilu kilometrach inwestycja się zwróci; 8016km	1,5
	Obliczenie łącznego kosztu skutera i założenia instalacji gazowej; 9500zł	0,5
	Obliczenie liczby lat; nieco ponad 1,9 roku czyli prawie 23 miesiące	1,5
4	Analiza zadania, rysunek	1
	Obliczenie długości boku c korzystając z podobieństwa trójkątów AC_1C i BC_1C : $c = 9\sqrt{2}$	2
	Obliczenie długości pozostałych boków trójkąta: 12 i $3\sqrt{2}$	1
	Korzystając z podobieństwa trójkątów BCC_1 i BDD_1 oraz z informacji o polu trójkąta BDD_1 obliczenie długości odcinka DD_1 ; $ DD_1 = 3$	2
5	Rysunek wraz z oznaczeniami	1
	Wykazanie, że trójkąty DAQ i DCR są przystające	1,5
	Sformułowanie wniosku o długości boków DR i DQ	0,5
	Zapisanie faktu, że suma miar kątów sąsiednich w równoległoboku wynosi 180^0 oraz , że suma miar kątów w trójkącie wynosi 180^0 do wyznaczenia miary kąta	2

	QDR	
	Obliczenie miary kąta QDR; 90^0 .	1

Za poprawne rozwiązanie zadania metodą inną aniżeli opisana w schemacie punktowania, należy przyznać maksymalną liczbę punktów. Jeżeli uczeń rozwiązał zadanie metodą inną i popełnił błędy to należy określić i ocenić czynności równoważnie do wymienionych w schemacie. Można przyznawać połówki punktów.