

Międzyszkolne Zawody Matematyczne
Klasa I LO i I Technikum - zakres podstawowy
Etap wojewódzki – 02.04.2005 rok
Czas rozwiązywania zadań 150 minut

Zadanie 1 (6 pkt)

W trójkącie prostokątnym przyprostokątne mają długości 10 cm i 20 cm. Na krótszej przyprostokątnej jako na średnicy zbudowano okrąg. Oblicz długości odcinków, na które ten okrąg podzielił przeciwprostokątną.

Zadanie 2 (6 pkt)

Rozwiąż w liczbach całkowitych równanie:

$$x(y^2 + 1) = 48$$

Zadanie 3 (6 pkt)

Narysuj wykres funkcji $y = \sqrt{x^2 - 4x + 4} - |x + 1|$.

Wyznacz wszystkie wartości parametru m , dla których funkcja $y = \sqrt{x^2 - 4x + 4} - |x + 1| + m$ nie ma miejsc zerowych.

Zadanie 4 (6 pkt)

W dwóch stopach miedzi i cynku stosunki mas tych metali wynoszą odpowiednio: 4 : 1 i 1 : 3. Po stopieniu 10 kilogramów pierwszego stopu, 16 kilogramów drugiego i pewnej ilości czystej miedzi otrzymano stop, w którym masy miedzi i cynku pozostają w stosunku 3 : 2. Oblicz ciężar nowego stopu.

Zadanie 5 (6 pkt)

Punkty M i N są odpowiednio środkami boków BC i CD równoległoboku ABCD. Wykaż, że:

- a) Punkty K, L przecięcia przekątnej BD odpowiednio przez proste AN i AM dzielą tę przekątną na 3 równe części,
- b) Pole pięciokąta KLMCN stanowi $\frac{1}{3}$ pola równoległoboku ABCD.

Życzymy powodzenia

Kryteria oceniania dla klasy I LO i I Technikum– zakres podstawowy

Nr zad	Wykonana czynność	Pkt
1	Rysunek z oznaczeniami	1
	Obliczenie długości przeciwprostokątnej: $10\sqrt{5}$	1
	Wykazanie, że AD, (gdzie A jest wierzchołkiem kąta prostego trójkąta a D punktem przecięcia okręgu i przeciwprostokątnej) jest wysokością trójkąta - kąt wpisany oparty na półokręgu jest kątem prostym	1,5
	Obliczenie długości odcinka BD: $2\sqrt{5}$	1,5,
	Obliczenie długości odcinka DC: $8\sqrt{5}$	1
2	Zauważenie, że dla każdej wartości y wyrażenie $y^2 + 1$ przyjmuje wartości dodatnie a tym samym czynniki iloczynu $x(y^2 + 1)$ muszą być dodatnie	1
	Zapisanie alternatywy układów równań z uwzględnieniem rozkładu liczby 48 na czynniki naturalne	3
	Wybór układów, których rozwiązaniem są pary liczb całkowitych: $\begin{array}{ccc} x = 48 & \text{lub} & x = 24 \\ y^2 + 1 = 1 & & y^2 + 1 = 2 \end{array}$	1
	Rozwiązanie układów i podanie odpowiedzi: Pary liczb (48, 0), (24, 1), (24, -1) spełniają równanie	1
3	Zapisanie przepisu funkcji w postaci: $y = x - 2 - x + 1 $	1
	Zapisanie przepisu funkcji w postaci: $y = \begin{cases} 3 & \text{dla } x \in (-\infty, -1) \\ -2x + 1 & \text{dla } x \in [-1, 2) \\ -3 & \text{dla } x \in [2, +\infty) \end{cases}$	3
	Narysowanie wykresu funkcji	0,5
	Podanie zbioru do którego musi należeć m, aby funkcja nie posiadała miejsc zerowych : $m \in (-\infty, -3) \cup (3, +\infty)$	1,5
4	Obliczenie masy miedzi w pierwszym stopie: 8 kg,	1,5
	Obliczenie masy miedzi w drugim stopie: 4 kg,	1,5
	Obliczenie masy czystej miedzi, którą stopiono: 9 kg	2
	Obliczenie ciężaru nowego stopu: 35 kg	1
5	Rysunek z oznaczeniami	0,5
	Zauważenie, że punkty K, L są odpowiednio środkami ciężkości trójkątów ACD i ABC	0,5
	Zapisanie związków wynikających z tego, że punkty K,L są środkami ciężkości trójkątów: $ BL = 2 LO $, $ KD = 2 KO $	1
	Zapisanie związków wynikających z tego, że: przekątne w równoległoboku dzielą się na połowy czyli $ OB = OD $, gdzie O jest środkiem symetrii równoległoboku i z wcześniejszych zapisów: $ BL = LK = KD $	1,5
	Obliczenie, jaką częścią pola równoległoboku są pola trójkątów ABM i ADN: $\frac{1}{4}S$	1
	Obliczenie, jaką częścią pola równoległoboku jest pole trójkąta AKL: $\frac{1}{6}S$	0,5
	Obliczenie, jaką częścią pola równoległoboku jest pole pięciokąta: $\frac{1}{3}S$	1

Za poprawnie rozwiązane zadania metodą inną aniżeli opisana w schemacie punktowania należy przyznać maksymalną liczbę punktów.

Jeżeli uczeń rozwiązał zadanie inną metodą i popełnił błędy to należy określić i ocenić czynności równoważne do wymienionych w schemacie.

Można przyznawać połówki punktów

