

Międzyszkolne Zawody Matematyczne
Klasa I LO i I Technikum- zakres podstawowy
Etap wojewódzki – 04.03.2006 rok
Czas rozwiązywania zadań 150 minut

Zad 1 (6 pkt)

Dany jest kwadrat ABCD o boku długości 8 cm. Wewnątrz tego kwadratu wybrano punkty M i K tak, by trójkąty ABM i CDK były równoboczne. Oblicz pole części wspólnej trójkątów ABM i CDK.

Zad.2 (6 pkt)

Wiadomo, że $\frac{-a+b+c}{a} = \frac{a-b+c}{b} = \frac{a+b-c}{c}$.

Oblicz wartość wyrażenia

$$\frac{(a+b)(b+c)(c+a)}{abc}$$

Zad. 3 (6 pkt)

Cenę przejazdu taksówką firmy A opisuje funkcja $f(x) = 2,5x + 5$ gdzie x oznacza liczbę przejechanych kilometrów. Na trasie dłuższej niż 25 kilometrów firma ta udziela rabatu w wysokości 10% ceny całego przejazdu. Firma B cenę przejazdu swoimi taksówkami oblicza według wzoru $g(x) = 2x + 8$ na trasie o dowolnej długości.

- a) Z usług której firmy należy skorzystać, jeżeli chcemy się przemieścić na odległość 30 kilometrów i zapłacić niższą kwotę za przejazd,
- b) Wyznacz długość trasy na której kwota zapłacona za przejazd taksówką obu firm jest taka sama.

Zad 4 (6 pkt)

W trapezie ABCD łączymy środek E boku AD z końcami ramienia BC. Oblicz pole powstałego trójkąta BEC, wiedząc, że pole trapezu równa się 16cm^2 .

Czy zauważasz jakiś związek pomiędzy polem trójkąta i polem trapezu? Zbadaj, czy jest on spełniony dla każdego trapezu i tak powstałego trójkąta.

Zad 5 (6 pkt)

Jeżeli liczbę dwucyfrową podzielimy przez sumę jej cyfr, to otrzymamy 6 i resztę 3. Jeśli zaś podzielimy tę liczbę przez sumę cyfr powiększoną o 2 to otrzymamy 5 i resztę 5. Znajdź tę liczbę.

Życzymy powodzenia

Kryteria oceniania dla klasy I LO i I Technikum– zakres podstawowy

Nr zad	Wykonana czynność	Pkt
1	Analiza zadania, rysunek. Niech L i N będą wierzchołkami otrzymanego czworokąta	0,5
	Zauważenie, że czworokąt KLMN jest rombem	0,5
	Obliczenie odległości wierzchołka M rombu od boku AB: $4\sqrt{3}$	1
	Obliczenie odległości wierzchołka K od boku AB: $8 - 4\sqrt{3} = 4(2 - \sqrt{3})$	1
	Obliczenie długości przekątnej KM rombu: $4\sqrt{3} - 4(2 - \sqrt{3}) = 8(\sqrt{3} - 1)$	1
	Obliczenie długości drugiej przekątnej rombu : $\frac{8(3 - \sqrt{3})}{3}$	1
	Obliczenie pola rombu : $\frac{64}{3}(2\sqrt{3} - 3)$	1
2	Zapisanie ułamków w postaci : $\frac{-a+b+c}{a} = -1 + \frac{b+c}{a}, \frac{a-b+c}{b} = -1 + \frac{a+c}{b}, \frac{a+b-c}{c} = -1 + \frac{a+b}{c}$	1
	Zapisanie równości ułamków wynikającej z poprzedniego zapisu: $\frac{b+c}{a} = \frac{a+c}{b} = \frac{a+b}{c}$	1
	Zapisanie sum występujących w licznikach ułamków w postaci iloczynów: $b+c = ka, a+c = kb, a+b = kc$, gdzie $k \in \mathfrak{R}$	1
	Dodanie stronami równań i zapisanie równania : $2(a+b+c) = k(a+b+c)$	0,5
	Rozpatrzenie dwóch przypadków: $k = 2$ lub $(a+b+c) = 0$	0,5
	Obliczenie wartości wyrażenia dla pierwszego przypadku: 8	1
	Obliczenie wartości wyrażenia dla drugiego przypadku: -1	1
3	Obliczenie f(30) i g(30); 72 złote i 68 złotych	1
	Wybór firmy z której usług należy skorzystać	0,5
	Rozpatrzenie dwóch przypadków: $x > 25$ km lub $x \leq 25$ km	0,5
	Zapisanie równania dla I przypadku ; $(2,5x + 5) - 0,1(2,5x + 5) = 2x + 8$	1
	Rozwiązanie równania i udzielenie odpowiedzi : $x = 14$, nie spełnia założenia	1
	Zapisanie równania dla II przypadku; $2,5x + 5 = 2x + 8$	1
	Rozwiązanie równania i udzielenie odpowiedzi: $x = 6$, spełnia założenie	1
4	Analiza zadania, rysunek. Niech a i b to długości podstaw, a h to długość wysokości	0,5
	Uzasadnienie, że długości wysokości poprowadzone w trójkątach ABE i DCE z wierzchołka E stanowią połowę długości wysokości trapezu	2
	Zapisanie pola trapezu jako sumy pól powstałych trójkątów: $P_{ABCD} = \frac{1}{2}a\frac{h}{2} + \frac{1}{2}b\frac{h}{2} + P_{BEC}$	1
	Przekształcenie równania do postaci: $\frac{1}{4}(a+b)h + P_{BEC} = 16$, czyli $\frac{1}{2} \cdot 16 + P_{BEC} = 16$	1
	Obliczenie pola trójkąta BEC; 8cm^2	0,5

	Zapisanie końcowego wniosku i jego uzasadnienie	1
5	Zapisanie założenia: $x \in \{1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$, $y \in \{0,1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$	0,5
	Zapisanie układu równań: $\begin{cases} 10x + y = 6(x + y) + 3 \\ 10x + y = 5(x + y + 2) + 5 \end{cases}$	2
	Rozwiązanie układu równań: $x=7, y=5$	2
	Sprawdzenie, że otrzymane liczby spełniają warunki zadania	1
	Udzielenie odpowiedzi: Liczbą dwucyfrową spełniającą warunki zadania jest liczba 75	0,5

Za poprawne rozwiązanie zadania metodą inną aniżeli opisana w schemacie punktowania, należy przyznać maksymalną liczbę punktów. Jeżeli uczeń rozwiązał zadanie metodą inną i popełnił błędy to należy określić i ocenić czynności równoważnie do wymienionych w schemacie. Można przyznawać połówki punktów.