

Międzyszkolne Zawody Matematyczne
Klasa I LO i I Technikum - zakres podstawowy
Etap wojewódzki – 15.03.2008 rok
Czas rozwiązywania zadań 150 minut

Zadanie 1 (6 pkt)

W trójkącie równobocznym ABC poprowadzono wysokość BD i na przedłużeniu wysokości zaznaczono punkt K taki, że $|BK| = |AC|$. Następnie punkt K połączono z punktem A i C. Wyznacz miarę kąta AKC. Rozważ dwa przypadki.

Zadanie 2 (6 pkt)

Dany jest równoległobok ABCD, którego przekątne mają długość 12 cm i 8 cm. Kolejne środki boków tego równoległoboku połączono odcinkami i otrzymano czworokąt KLMN. Oblicz obwód tego czworokąta.

Zadanie 3 (6 pkt)

Narysuj wykresy funkcji $f(x) = |x| - 1$ i $g(x) = |x - 1|$.

Zakładając, że zbiór rozwiązań układu
$$\begin{cases} y = |x| - 1 \\ y = |x - 1| \end{cases}$$
 wyznacza dwusieczną kąta prostego w trójkącie prostokątnym równoramiennym o jednym boku zawartym w OX i polu równym $2j^2$, wyznacz współrzędne wierzchołków trójkąta.

Zadanie 4 (6 pkt)

Podstawy trapezu równoramiennego mają długość 24 i 18 a wysokość 14. Wysokość trapezu podzielono w stosunku 4 : 3, licząc od dłuższej podstawy i przez punkt podziału poprowadzono odcinek równoległy do podstaw i łączący ramiona trapezu. Oblicz stosunek pól trapezów, których wspólną podstawą jest odcinek podziału, a drugą jest podstawa trapezu.

Zadanie 5 (6 pkt)

Przy dzieleniu liczb a , b , c przez 5 otrzymujemy odpowiednio reszty 1, 2, 3. Znajdź resztę z dzielenia sumy kwadratów liczb a , b , c przez 5.

Życzymy powodzenia

Kryteria oceniania dla klasy I LO i I Technikum– zakres podstawowy

Nr zad	Wykonana czynność	Pkt
1	Rysunek wraz z oznaczeniami: a - długość boku trójkąta ABC, α - miara kąta AKC w I przypadku, β - miara kąta AKC w II przypadku.	0,5
	Znajomość twierdzenia o sumie miar kątów wewnętrznych trójkąta	0,5
	Zauważenie, że trójkąt ABK jest trójkątem równoramiennym w którym miara kąta przy wierzchołku B jest równa w I przypadku 30^0 , a w II przypadku 150^0	2
	Obliczenie miary kąta AKC w I przypadku – 150^0 i w II przypadku 30^0	3
2	Rysunek wraz z oznaczeniami	0,5
	Znajomość twierdzenia odwrotnego do twierdzenia Talesa	0,5
	Udowodnienie, że otrzymany czworokąt KLMN jest równoległobokiem	2
	Znajomość twierdzenia o odcinkach znajdujących się na prostych równoległych przecinających ramiona kąta lub znajomość cech podobieństwa trójkątów	0,5
	Wyznaczenie długości boków równoległoboku : $a = 6, b = 4$	2
	Obliczenie obwodu czworokąta KLMN: 20	0,5
3	Narysowanie wykresu pierwszej funkcji	1
	Narysowanie wykresu drugiej funkcji	1
	Rozwiązanie układu równań : $x \geq 1$ i $y = x - 1$	2
	Zauważenie, że $\frac{1}{2} \angle ABA \in \mathbb{Q}$ gdzie A jest wierzchołkiem kąta prostego o współrzędnych (1, 0)	1
	Wyznaczenie współrzędnych pozostałych wierzchołków trójkąta : $B = (3, 0)$, $C = (1, 2)$	1
4	Rysunek wraz z oznaczeniami: x - długość odcinka podziału	0,5
	Obliczenie pola trapezu : $P = 294$	0,5
	Obliczenie wysokości małego i dużego trapezu otrzymanych z podziału: $h_m = 6, h_d = 8$	1
	Zapisanie pól małego i dużego trapezu :	1,5
	Zapisanie równania :	1
	Rozwiązanie równania : $x = 20\frac{4}{7}$	1
	Obliczenie stosunku pól powstałych trapezów: $\frac{P_m}{P_d} = \frac{135}{208}$	0,5
5	Zapisanie liczb w postaci :	1
	Zapisanie sumy kwadratów liczb a, b, c w postaci: $a^2 + b^2 + c^2 =$ 	1
	Zapisanie sumy kwadratów liczb w postaci: $a^2 + b^2 + c^2 =$ 	2

	Zapisanie sumy kwadratów liczb w postaci: $a^2+b^2+c^2=$ 16+25+9=50	1,5
	Udzielenie odpowiedzi: Reszta z dzielenia sumy kwadratów liczb a, b, c przez 5 jest równa 4	0,5

Za poprawnie rozwiązane zadania metodą inną aniżeli opisana w schemacie punktowania należy przyznać maksymalną liczbę punktów.

Jeżeli uczeń rozwiązał zadanie inną metodą i popełnił błędy to należy określić i ocenić czynności równoważne do wymienionych w schemacie.

Można przyznawać połówki punktów.