

Międzyszkolne Zawody Matematyczne
Klasa I LO i I Technikum - zakres podstawowy
Etap wojewódzki – 21.03.2009 rok
Czas rozwiązywania zadań 150 minut

Zadanie 1 (6 pkt)

W trójkącie prostokątnym przyprostokątne mają długości 10 cm i 20 cm. Na krótszej przyprostokątnej jako na średnicy zbudowano okrąg. Oblicz długości odcinków, na które ten okrąg podzielił przeciwprostokątną.

Zadanie 2 (6 pkt)

Rozwiąż w liczbach całkowitych równanie:

$$x(y^2 + 1) = 48$$

Zadanie 3 (6 pkt)

Tomek ocenił, że wartość K (w złotych) samochodu jest odwrotnie proporcjonalna do wieku samochodu x (w latach). Zapisz tę zależność. Po dwóch latach samochód ma wartość 30 000 złotych, oblicz jego cenę po 6 latach.

Ile lat ma samochód, jeżeli kosztuje 3 000 złotych?

Przedstaw na wykresie zmianę ceny samochodu K w zależności od jego wieku x dla $x \in [1, 20]$.

Zadanie 4 (6 pkt)

W dwóch stopach miedzi i cynku stosunki mas tych metali wynoszą odpowiednio: 4 : 1 i 1 : 3. Po stopieniu 10 kilogramów pierwszego stopu, 16 kilogramów drugiego i pewnej ilości czystej miedzi otrzymano stop, w którym masy miedzi i cynku pozostają w stosunku 3 : 2. Oblicz ciężar nowego stopu.

Zadanie 5 (6 pkt)

Jak należy poprowadzić łamaną BDEFG w trójkącie ABC aby pięć otrzymanych trójkątów miało jednakowe pole?

Życzymy powodzenia

Kryteria oceniania dla klasy I LO i I Technikum– zakres podstawowy

Nr zad	Wykonana czynność	Pkt
1	Rysunek z oznaczeniami	0,5
	Obliczenie długości przeciwprostokątnej: $10\sqrt{5}$	1
	Wykazanie, że AD, (gdzie A jest wierzchołkiem kąta prostego trójkąta a D punktem przecięcia okręgu i przeciwprostokątnej) jest wysokością trójkąta - kąt wpisany oparty na półokręgu jest kątem prostym	1
	Obliczenie długości AD wykorzystując np. różne wzory na pole trójkąta: $ AD = 4\sqrt{5}$	1,5
	Obliczenie długości odcinka BD: $ BD = 2\sqrt{5}$	1
	Obliczenie długości odcinka DC : $ DC = 8\sqrt{5}$	0,5
	Podanie odpowiedzi.	0,5
2	Zauważenie, że dla każdej wartości y wyrażenie $y^2 + 1$ przyjmuje wartości dodatnie a tym samym czynniki iloczynu $x(y^2 + 1)$ muszą być dodatnie	1
	Zapisanie alternatywy układów równań z uwzględnieniem rozkładu liczby 48 na czynniki naturalne	3
	Wybór układów, których rozwiązaniem są pary liczb całkowitych: $x = 48$ lub $x = 24$ $y^2 + 1 = 1$ $y^2 + 1 = 2$	1
	Rozwiązanie układów i podanie odpowiedzi: Pary liczb (48, 0), (24, 1), (24, -1) spełniają równanie	1
3	Zapisanie zależności : $K \cdot x = a = const$	1
	Obliczenie a : $a = 60\,000$ złotych	1
	Obliczenie ceny samochodu po 6 latach: $K = 10\,000$ złotych	1
	Obliczenie wieku samochodu jeżeli jego wartość wynosi 3 000 złotych: $x = 20$	1
	Narysowanie wykresu funkcji	2
4	Obliczenie masy miedzi w pierwszym stopie: 8 kg,	1,5
	Obliczenie masy miedzi w drugim stopie: 4 kg,	1,5
	Obliczenie masy czystej miedzi, którą stopiono: 9 kg	2
	Obliczenie ciężaru nowego stopu: 35 kg	1
5	Zauważenie, że pole każdego z trójkątów powinno mieć pole równe $\frac{1}{5}$ pola trójkąta ABC	0,5
	Stwierdzenie, że trójkąt ABC i trójkąt BDC mają wspólną wysokość opuszczoną na podstawę AC (DC) z wierzchołka B.	1
	Ustalenie, że punkt D należy wyznaczyć w odległości $\frac{1}{5} AC $ od punktu C.	1
	Zauważenie, że pole trójkąta ADB stanowi $\frac{4}{5}$ pola trójkąta ABC.	0,5
	Wyciągnięcie wniosków na podstawie wcześniejszego rozumowania, że odległość BE musi stanowić $\frac{1}{4} AB $ i wykazanie, że pole trójkąta BED stanowi $\frac{1}{5}$ pola trójkąta ABC	1
	Zauważenie, że pole trójkąta AED stanowi $\frac{3}{5}$ pola trójkąta ABC i tym samym wyciągnięcie wniosku, że $ DF = \frac{1}{3} AD $	1
	Uzasadnienie, że punkt G powinien być środkiem odcinka AE	1

Za poprawnie rozwiązane zadania metodą inną aniżeli opisana w schemacie punktowania należy przyznać maksymalną liczbę punktów.

Jeżeli uczeń rozwiązał zadanie inną metodą i popełnił błędy to należy określić i ocenić czynności równoważne do wymienionych w schemacie.

Można przyznawać połówki punktów