

Międzyszkolne Zawody Matematyczne
Klasa I LO, I Technikum – zakres podstawowy
Etap rejonowy – 19.12.2009 rok
Czas rozwiązywania zadań 150 minut

Zadanie 1. (2 pkt)

Dla dowolnych liczb $a, b, b \neq 0$ określono działanie $a \otimes b = 2 - \frac{a}{b}$. Oblicz $(1 \otimes 2) \otimes (3 \otimes 4)$

Zadanie 2. (2 pkt)

Adam zapisał swą datę urodzin w formacie dd-mm-rr, a następnie pomnożył wszystkie trzy liczby. Podaj dzień, miesiąc i rok urodzin Adama, jeśli otrzymany iloczyn jest równy 2009.

Zadanie 3. (3 pkt)

Czy liczba $\sqrt{\frac{7-4\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}}} \cdot \sqrt{2+\sqrt{3}}$ jest wymierna? Uzasadnij odpowiedź.

Zadanie 4. (3 pkt)

Dwaj robotnicy wykonali pewną pracę w ciągu 16 dni. Pierwszy z nich sam wykonałby tę pracę w ciągu 24 dni, w jakim czasie wykonałby ją drugi robotnik?

Zadanie 5. (4 pkt)

Suma cyfr liczby dwucyfrowej jest równa 9. Jeśli w tej liczbie przestawimy cyfry to stosunek otrzymanej liczby do początkowej liczby będzie równy 3:8. Jaka to liczba?

Zadanie 6. (4 pkt)

Jeden z boków trójkąta ma długość $6 - 2\sqrt{3}$, a kąty do niego przylegające mają miary 30° i 60° . Oblicz obwód tego trójkąta.

Zadanie 7. (4 pkt)

Licznik pewnego ułamka jest o 2250 mniejszy od mianownika. Po skróceniu tego ułamka otrzymano $\frac{2}{7}$. Podaj ułamek przed skróceniem.

Zadanie 8. (4 pkt)

Trójkąt o długościach boków 3,4,5 przecięto prostą k równoległą do boku o długości 4 tak, że pola dwóch figur otrzymanych po przecięciu są równe. Oblicz długość odcinka prostej k zawartego w trójkącie.

Zadanie 9. (5 pkt)

Pies zobaczył zająca i zaczął go gonić. Na każde 3 skoki zająca pies robi tylko dwa skoki, ale są one 2 razy dłuższe od skoków zająca. Po ilu swoich skokach pies dogoni zająca, jeśli początkowo był od niego oddalony o 30 swoich skoków.

Zadanie 10. (5 pkt)

Znajdź wszystkie rozwiązania równania $1 - x - y = 5 - xy$, jeżeli x, y są liczbami całkowitymi.

Życzymy powodzenia

Kryteria oceniania dla klasy I LO, I Technikum– zakres podstawowy

Nr zad	Wykonana czynność	pkt
1	Obliczenie $1 \otimes 2$ oraz $3 \otimes 4$	1
	Obliczenie $(1 \otimes 2) \otimes (3 \otimes 4)$	1
2	Znalezienie rozkładu 2009 na czynniki pierwsze	1
	Podanie jedynej możliwej daty	1
3	Usunięcie niewymierności z mianownika ułamka $\frac{7 - 4\sqrt{3}}{2 - \sqrt{3}}$	1
	Obliczenie, że iloczyn obu pierwiastków jest równy 1	1
	Poprawna odpowiedź na pytanie w treści zadania	1
4	Oznaczenie x – liczba dni, których potrzebuje drugi robotnik na wykonanie pracy i zauważenie związku $\frac{1}{24} + \frac{1}{x} = \frac{1}{16}$ (praca wykonana w ciągu 1 dnia przez pierwszego robotnika + praca wykonana w ciągu 1 dnia przez drugiego robotnika = praca wykonana w ciągu 1 dnia przez obu robotników)	2
	Rozwiązanie równania $\frac{1}{24} + \frac{1}{x} = \frac{1}{16}$	1
5	Oznaczenie x-cyfra dziesiątek, y-cyfra jedności oraz zauważenie, że $x + y = 9$	1
	Zapisanie równania $\frac{10y + x}{10x + y} = \frac{3}{8}$	1
	Rozwiązanie układu $\begin{cases} x + y = 9 \\ \frac{10y + x}{10x + y} = \frac{3}{8} \end{cases}$	1
	Podanie szukanej liczby 72	1
6	Zauważenie, że trójkąt w zadaniu jest prostokątny	1
	Obliczenie długości krótszej przyprostokątnej $3 - \sqrt{3}$	1
	Wykorzystanie tw. Pitagorasa do obliczenia drugiej przyprostokątnej $3\sqrt{3} - 3$	1
	Obliczenie obwodu trójkąta	1
7	Oznaczenie x-licznik, y-mianownik ułamka i zapisanie $x = y - 2250$	1
	Zapisanie równania $\frac{x}{y} = \frac{2}{7}$	1
	Rozwiązanie układu równań i podanie odpowiedzi	2
8	Wykonanie rysunku z oznaczeniami	1
	Wykorzystanie tw. Talesa do zapisania przyprostokątnych małego trójkąta przy użyciu jednej niewiadomej	1
	Obliczenie pola małego trójkąta i zauważenie, że jest ono połową pola dużego trójkąta	1
	Obliczenie szukanej długości ze związku z poprzedniej czynności	1
9	Analiza warunków zadania, algebraiczny zapis warunków: np. x-długość skoku psa, y-liczba skoków psa; $\frac{1}{2}x$ -długość skoku zająca, $\frac{3}{2}y$ -liczba skoków zająca	1,5
	Zapis równania opisującego sytuację w zadaniu $xy = 30x + \frac{1}{2}x \cdot \frac{3}{2}y$	1,5
	Rozwiązanie równania $y = 120$	1,5

	Podanie odpowiedzi	0,5
10	Doprowadzenie równania do postaci $(1-x)(1-y) = 5$	2
	Wypisanie wszystkich możliwych (czterech) przypadków $1-x = a, 1-y = b$, tak by $a, b \in C$ oraz $ab = 5$	1
	Obliczenie x,y we wszystkich przypadkach i podanie odpowiedzi	2

Za poprawnie rozwiązane zadania metodą inną aniżeli opisana w schemacie punktowania należy przyznać maksymalną liczbę punktów.

Jeżeli uczeń rozwiązał zadanie inną metodą i popełnił błędy, to należy określić i ocenić czynności równoważne do wymienionych w schemacie. Można przyznawać połówki punktów.