

Międzyszkolne Zawody Matematyczne
Klasa III LO, IV Technikum - zakres podstawowy
Etap wojewódzki - 15.03.2008 rok
Czas rozwiązywania zadań 150 minut

Zadanie 1 (6 pkt)

Czworościan foremny o krawędzi długości 1 przecięto płaszczyzną przechodzącą przez wierzchołek bryły i wysokość przeciwległej ściany.

Oblicz pole i cosinusy miar kątów trójkąta będącego częścią wspólną czworościanu i płaszczyzny.

Zadanie 2 (6 pkt)

Wyznacz S_{10} w ciągu arytmetycznym wiedząc, że $a_1 = -3$ oraz (a_5, a_6, a_8) stanowi ciąg geometryczny.

Zadanie 3 (6 pkt)

Okno ma kształt prostokąta zakończonego na górze trapezem równoramiennym, którego krótsza, górna podstawa i ramiona mają długość równą połowie długości dłuższej podstawy trapezu. Jaka powinna być długość podstawy dolnej trapezu, aby przy obwodzie okna równym 2 metry powierzchnia okna była największa ?

Zadanie 4 (6 pkt)

W pewnej klasie w której każdy uczeń uczy się dokładnie jednego języka wiadomo, że:

język	angielski	francuski	hiszpański	niemiecki	rosyjski
Liczba uczniów	5	4	x	4	3

Ilu uczniów może liczyć klasa gdy wiadomo, że prawdopodobieństwo iż dwóch losowo

wybranych uczniów uczy się języka angielskiego jest większa od $\frac{1}{20}$?

Zadanie 5 (6 pkt)

Oblicz promienie okręgów: opisanego i wpisanego w trójkąt w którym najkrótszy bok ma długość 2, najdłuższy 4 a miary kątów tworzą ciąg arytmetyczny.

Życzymy powodzenia

Kryteria oceniania dla klasy III LO i IV Technikum – zakres podstawowy

Nr zad	Wykonana czynność	Pkt
1	Rysunek wraz z oznaczeniami : h – długość wysokości ściany bocznej H – długość wysokości czworościanu, a - długość krawędzi czworościanu, α - miara kąta nachylenia krawędzi bocznej do płaszczyzny podstawy, β - miara kąta nachylenia wysokości ściany bocznej do płaszczyzny podstawy	1
	Obliczenie długości wysokości ściany bocznej : $h = \frac{\sqrt{3}}{2}$	0,5
	Znajomość twierdzenia o środkowych w trójkącie i Twierdzenia Pitagorasa	0,5
	Obliczenie długości wysokości czworościanu : $P_{HB} = \frac{1}{2} H h$	1,5
	Obliczenie pola trójkąta : $P = \frac{1}{2} H h$	1,5
	Obliczenie cosinusów miar kątów w trójkącie : $\cos \frac{1}{3}, \cos \frac{\sqrt{3}}{3}$	1
2	Zapisanie kolejnych wyrazów ciągu geometrycznego w postaci : $a, ar, ar^2, ar^3, ar^4, ar^5$ - gdzie r jest różnicą ciągu arytmetycznego	1
	Zapisanie równania z wykorzystaniem własności ciągu geometrycznego : $(ar^5)^2 = (ar^3)(ar^7)$	2
	Rozwiązanie równania : $r = 0$ lub $r = 1$	2
	Obliczenie S_{10} dla $r = 0$ i dla $r = 1$: $S_0 = 30$	1
3	Rysunek wraz z oznaczeniami: x, y długości boków prostokąta, $0,5x$ - długość górnej podstawy i ramion trapezu	0,5
	Zapisanie pierwszego warunku i założenia: $2y + 2,5x = 2$ i $0 < x < 0,8$	1,5
	Zapisanie wysokości trapezu: $h = \frac{\sqrt{3}}{4} x$	0,5
	Zapisanie pola powierzchni okna : $P = \left(1 + \frac{5}{4}x + \frac{\sqrt{3}}{4}x\right) \frac{\sqrt{3}}{4}x$	1
	Zapisanie pola powierzchni w postaci: $P = \left(\frac{33-20}{16}\right)x^2$	1
	Obliczenie pierwszej współrzędnej wierzchołka paraboli: $x_w = \frac{8}{20\sqrt{3}}$	1
	Udzielenie odpowiedzi: Powierzchnia okna jest największa dla $x_w = \frac{8}{20\sqrt{3}}$	0,5
4	Analiza zadania : x - liczba uczniów uczących się hiszpańskiego, $x+16$ - liczba wszystkich uczniów w danej klasie, $x \in N$	0,5
	Zapisanie mocy $\frac{(x+1)(x+1)}{2}$	1,5

	Zapisanie mocy zdarzenia losowego A: $A = \frac{54}{2} = 1$	0,5
	Zapisanie nierówności: $\frac{20}{(x+1)(x+1)} \geq \frac{1}{52}$ i $x \in N$	1
	Rozwiązanie nierówności: $\frac{-3 \pm \sqrt{16091}}{2}$ i $x \in N$, czyli $x \in \{0, 1, 2, 3, 4\}$	2
	Udzielenie odpowiedzi: Klasa może liczyć minimum 16 uczniów, maksimum 20 uczniów.	0,5
5	Rysunek wraz z oznaczeniami: α - miara kąta leżącego naprzeciwko boku o długości 2, γ - miara kąta leżącego naprzeciwko boku o długości 4, β - miara kąta leżącego naprzeciwko boku o długości x .	0,5
	Wyznaczenie miary kąta o mierze β : $\beta = 60^\circ$	1
	Zbudowanie trójkąta równobocznego ABD w którym długość boku BD jest równa 4	0,5
	Zauważenie, że trójkąt ABC jest trójkątem prostokątnym o kącie $\alpha = 30^\circ$ i kącie $\gamma = 90^\circ$	0,5
	Obliczenie długości trzeciego boku trójkąta ABC jako wysokości w trójkącie równobocznym: $x = 2\sqrt{3}$	2
	Obliczenie długości promienia okręgu opisanego na trójkącie: $R = 2$	0,5
	Obliczenie długości promienia okręgu wpisanego: $r = \sqrt{3}$	1

Za poprawnie rozwiązane zadania metodą inną aniżeli opisana w schemacie punktowania należy przyznać maksymalną liczbę punktów.

Jeżeli uczeń rozwiązał zadanie inną metodą i popełnił błędy to należy określić i ocenić czynności równoważne do wymienionych w schemacie.

Można przyznawać połówki punktów.