

ZADANIA PRZYGOTOWUJĄCE DO SPRAWDZIANÓW W KLASIE DRUGIEJ.

I. Funkcja kwadratowa.

1) PODAJ POSTAĆ KANONICZNĄ I ILOCZYNOWĄ (O ILE ISTNIEJE) FUNKCJI:

a) $f(x) = 2x^2 + 3x - 2$ b) $f(x) = x^2 - 6x + 9$ c) $f(x) = -3x^2 - 4$.

2) Narysuj wykresy funkcji $f(x)$ oraz $|f(x)|$, na ich podstawie omów ich własności:

a) $f(x) = 3x^2 + 3x - 6$ b) $f(x) = -x^2 + 4x - 5$ c) $f(x) = x^2 - 10x + 25$ d) $f(x) = -x^2 + 4$.

3) Napisz wzór funkcji kwadratowej, wiedząc że do jej wykresu należy punkt $A(1,3)$ i dla $x=2$ funkcja osiąga wartość największą równą 4.

4) Wyznacz współczynniki trójmianu kwadratowego, wiedząc że ma on dwa miejsca zerowe 1 oraz -2 i do jego wykresu należy punkt $A(2,-8)$.

5) Wyznacz zbiór wartości funkcji:

a) $f(x) = -5x^2 - 4$ b) $f(x) = -3x^2 + 6x - 4$ c) $f(x) = 3x^2 + 6x + 3$ d) $f(x) = -(x+2)(x-1)$.

6) Wyznacz największą i najmniejszą wartość funkcji w podanym przedziale:

a) $f(x) = -3x^2 - 4$; $x \in \langle -3, -1 \rangle$ b) $f(x) = -2x^2 - 4x + 1$, $x \in \langle -2, 3 \rangle$.

7) Rozwiąż równania:

a) $\frac{1}{2}x^2 - 2 = 0$ b) $x^2 + 2x = 0$ c) $-x^2 - 2x + 1 = 0$ d) $(4x - 5)^2 = 4x^2 - 9x + 5$.

8) Rozwiąż równania:

a) $x^4 + 5x^2 - 14 = 0$ b) $(x^2 - 3)^2 - 24 = 2x^4 - 14x^2$ c) $|x^2 - 2x - 2| = 0$.

9) Rozwiąż nierówności:

a) $-x^2 - 1 \leq 0$ b) $x^2 - 6x + 9 > -x + 5$ c) $x^2 - 8x \geq -25$ d) $-x^2 + 8x - 16 \geq 0$
e) $(x - 4)^2 < (4 - x)(x + 2)$ f) $4x \leq x^2$ g) $4x^2 > 8$.

10) Suma trzech kolejnych dodatnich liczb parzystych wynosi 308. Wyznacz te liczby.

11) Obwód prostokąta wynosi 30 cm, a jego pole 44 cm². Oblicz długości boków prostokąta.

12) W rombie o obwodzie $8\sqrt{5}$ cm długości przekątnych różnią się o 4 cm. Znajdź długości tych przekątnych.

13) W turnieju szachowym o mistrzostwo szkoły systemem każdy z każdym rozegrano 66 gier. Ilu zawodników uczestniczyło w tym turnieju?

14) Dla jakich wartości parametru m równanie ma dwa różne pierwiastki:

a) $x^2 - mx + 12 = 0$ b) $(1 - m)x^2 + x - m = 0$.

15) Dla jakich wartości parametru m równanie $2x^2 - (m + 1)x + m - 1 = 0$ ma dwa różne pierwiastki różnych znaków?

16) Dla jakich wartości parametru k funkcja $f(x) = x^2 + kx + 4$ przyjmuje wartości dodatnie dla każdego $x \in R$?

17) Nie obliczając pierwiastków trójmianu $y = -2x^2 + x + 1$ oblicz wartość wyrażeń:

a) $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$ b) $x_1^2 + x_2^2$

18) Wyznacz punkty przecięcia się krzywych danych równaniami: $2x^2 + 4x + y - 6 = 0$ oraz $y - 6 = 0$. Wykonaj rysunek.

19) Rozwiąż algebraicznie i graficznie układ równań:

a) $\begin{cases} x^2 = y + 4 \\ x + y - 2 = 0 \end{cases}$ b) $\begin{cases} x^2 = 1 + y \\ 3x + y = 3 \end{cases}$

20) Rozwiąż graficznie układ nierówności:

a) $\begin{cases} x^2 \leq y + 4 \\ x + y - 20 > 0 \end{cases}$ b) $\begin{cases} x^2 + y^2 - 4x + 2y + 1 \leq 0 \\ 3x + y \geq 3 \end{cases}$

II. Wielomiany.

- 1) Wyznacz takie wartości parametrów a i b , aby wielomiany $W(x) = (x+1)(ax+b) - x^3$ oraz $Q(x) = -x^3 + 3x^2 + 5x + 2$ były równe.
- 2) Znajdź pierwiastki wielomianu: $W(x) = x^3 - 4x + 3$.
- 3) Dla jakich a, b wielomian $W(x) = 3x^3 + ax^2 + bx - 4$ jest podzielny przez $x^2 - 1$?
- 4) Rozłóż wielomiany na czynniki:
 - a) $W(x) = x^3 - 2x^2 - x + 2$
 - b) $W(x) = x^4 - 8x$
 - c) $W(x) = x^3 - x^2 - 8x + 12$
 - d) $W(x) = 2x^4 - 8$.
- 5) Dany jest wielomian $W(x) = x^3 - 3x^2 - x + 3$. Spośród dwumianów $x-1, x+5, x+1, x+2, x-3$ wybrać te, które dzielą wielomian $W(x)$. Odpowiedź uzasadnij.
- 6) Liczby 2 i 3 są pierwiastkami wielomianu $W(x) = 2x^3 + mx^2 - 13x + n$. Znajdź trzeci pierwiastek wielomianu.
- 7) Liczby 1 i 2 są pierwiastkami wielomianu $W(x) = x^3 - 6x^2 + ax + b$. Znajdź trzecie miejsce zerowe wielomianu.
- 8) Dla jakich wartości a i b liczba 2 jest dwukrotnym pierwiastkiem wielomianu $W(x) = x^3 + 4x^2 + ax + b$?
- 9) Dla jakich wartości a i b liczba 1 jest podwójnym pierwiastkiem wielomianu $W(x) = x^3 - 5x^2 + ax + b$?
- 10) Dla jakich wartości parametru m wielomian $W(x) = -x^3 + 2mx^2 + 8x + m - 5$ jest podzielny przez $x - 2$?
Dla wyznaczonego m wyznacz pierwiastki tego wielomianu.
- 11) Dla jakich wartości parametru m wielomian $W(x) = m^2x^3 + mx^2 + x + 7$ jest podzielny przez $x + 1$?
- 12) Dla jakich wartości a i b wielomian $W(x) = 3x^3 + ax^2 + bx - 4$ jest podzielny przez $x^2 - 1$?
- 13) Dla jakich wartości a i b wielomian $W(x) = 2x^4 + ax^3 - bx^2 + 2x - 2$ jest podzielny przez $x^2 - x - 2$?
- 14) Dla jakiej wartości parametru k reszta z dzielenia wielomianu $W(x) = x^3 + 2x^2 + k^2x - 8$ przez dwumian $x + 1$ będzie równa -11 ?
- 15) Dla jakiego $m \in \mathfrak{R}$ reszta z dzielenia wielomianu $W(x) = x^{21} + 3x + |2 - |m||$ przez dwumian $x + 1$ wynosi 4?
- 16) Wiedząc, że liczba 3 jest pierwiastkiem wielomianu $W(x) = x^3 - 12x + 9$, znajdź jego pozostałe pierwiastki.
- 17) Wyznacz pierwiastki wielomianu $W(x) = x^3 + ax^2 + bx + 1$ wiedząc, że $P(x) = x^2 - 2x - 3$ jest jego dzielnikiem.
- 18) Wiedząc, że pierwiastkiem wielomianu $W(x) = x^3 - ax$ jest liczba 5, rozwiąż nierówność $W(x) < 0$.
- 19) * Reszta z dzielenia wielomianu W przez dwumian $(x - 2)$ jest równa 5, zaś reszta z dzielenia tego samego wielomianu przez dwumian $(x - 3)$ wynosi 7. Wyznacz resztę z dzielenia W przez $(x - 2)(x - 3)$.
- 20) Rozwiąż równania:
 - a) $(x - 2)^3 - 4x(x - 1) = x^2(x - 3)$
 - b) $x^3 - 2x + 1 = 0$
 - c) $8x^3 + 12x^2 + 2x + 3 = 0$
 - d) $x^3 + 4x^2 - 2x - 8 = 0$
 - e) $|x^3 - 1| = 0$
 - f) $|x| + x^3 = 0$.
- 21) Rozwiąż nierówności:
 - a) $(x + 2)^5(1 - x)(x - 4)^2 \geq 0$
 - b) $2x^3 - x^4 \geq x^2$
 - c) $(x^2 + x)^2 - 16 < 0$
 - d) $|x^3 + 1| \leq 1$.

III. Funkcje wymierne.

- 1) Wyznacz dziedzinę i miejsca zerowe funkcji:

a) $f(x) = \frac{x}{2x^2 - x}$

b) $f(x) = \frac{1}{x^3 - 2x + 1}$

c) $f(x) = \frac{x^2 - 4}{\sqrt{x - 1}}$.

- 2) Podaj dziedziny i doprowadź do prostszej postaci wyrażenia:

a) $\frac{x^3 - 27}{x - 3}$

b) $\frac{x^3 - 6x^2 + 12x - 8}{6x^2 - 24x + 24}$

c) $\frac{x^4 + x^2 + 1}{x^3 + 1}$

3) Wykonaj działania:

a) $\frac{2}{x^2 + x} + \frac{1}{x^2}$

b) $\frac{x - 5}{x^2 - 6x + 9} - \frac{x + 1}{3x^2 - 9x}$

c) $\frac{x^2 - 9}{3} \div \frac{x - 3}{x^3 + 3x^2 + 9x + 27}$

4) Rozwiąż równania:

a) $\frac{x}{x - 1} - \frac{x}{x + 1} = 3$

b) $\frac{2x + 1}{x} + \frac{4x}{2x + 1} = 5$

c) $\frac{2}{x^2 + x} - \frac{1}{x^2} = \frac{1}{6x}$

d) $\frac{x}{x + 2} - \frac{1}{2 - x} = \frac{4}{x^2 - 4}$

5) Rozwiąż nierówności:

a) $x + \frac{1}{x} \leq 4$

b) $\frac{3}{2x + 2} - \frac{1}{x} \leq -1$

c) $3\frac{1}{3} < x + \frac{1}{x} < 5\frac{1}{5}$

d) $\frac{1 + x}{1 + 2x} - \frac{1 - 2x}{x + 1} \leq -1$

e) $\frac{x^2 - 8x + 6}{x^2 + 2} \geq 5$

6) Rozwiąż:

a) $\frac{4|x| - 3}{x} = x$

b) $\left| \frac{1}{x + 2} \right| = \left| \frac{2}{x - 1} \right|$

c) $\frac{1}{|x|} > x^2 - |x| + 1$

d) $\left| \frac{x^2 + 2x - 36}{x^2 - 4} \right| \geq 1$

7) Narysuj wykresy i omów własności funkcji:

a) $f(x) = \frac{2x - 1}{x + 1}$

b) $f(x) = \frac{-3x + 1}{3x - 2}$

c) $f(x) = \left| \frac{4x + 1}{2 - x} \right|$

d)* $f(x) = \frac{2|x| + 3}{|x| - 1}$

8) * Dla jakich wartości parametru p zbiorem rozwiązań nierówności $\frac{x^2 - px - 2}{x^2 - 3x + 4} > 1$ jest zbiór wszystkich liczb rzeczywistych.9) Funkcja f jest określona wzorem $f(x) = \frac{ax + 2}{x + b}$.a) Wyznacz wartości parametrów a i b , jeśli $f(0) = 2$ i $f(1) = 2,5$.b) Naszkicuj wykres tej funkcji dla wyznaczonych wartości a i b .

10) Czy dane funkcje są równe? Narysuj ich wykresy.

a) $f(x) = x + 3$

g) $g(x) = \frac{9 - 6x + x^2}{x + 3}$

IV. Ciągi.

1) Zbadaj monotoniczność ciągu: $a_n = \frac{n + 1}{n}$; $b_n = -\frac{1}{5}n + 3$.2) Zbadaj, czy liczby: $\sqrt{2} + \sqrt{3}$, -1 , $\sqrt{3} - \sqrt{2}$ tworzą ciąg arytmetyczny.3) Dla jakich wartości x liczby $2x^2 - 5$, $x - 2$, $4x - x^3 + 4$ tworzą w podanej kolejności ciąg arytmetyczny.4) Zbadaj, czy dany ciąg jest arytmetyczny: $a_n = 20 - 2n$.

5) Zbadaj, który z ciągów jest ciągiem arytmetycznym:

a) $a_n = \frac{3n - 1}{4}$

b) $b_n = 3 \cdot 2^n$

6) Między liczby 24 i 56 „wstaw” siedem liczb tak, aby wraz z danymi tworzyły kolejne wyrazy ciągu arytmetycznego.

7) Drugi wyraz ciągu arytmetycznego wynosi 3, zaś szósty 10. Oblicz piętnasty wyraz oraz sumę dwudziestu początkowych wyrazów tego ciągu.

8) Wyznacz ciąg arytmetyczny, którego drugi wyraz wynosi 1, a suma pięciu początkowych wyrazów równa się 20.

9) Oblicz sumę piętnastu początkowych wyrazów ciągu $a_n = 4n - 1$.

10) W ciągu arytmetycznym suma wyrazów drugiego i czwartego wynosi 3, a iloczyn pierwszego i trzeciego 1. Wyznacz wyraz ogólny tego ciągu.

- 11) Wyznacz pierwszy wyraz, różnicę oraz wzór ogólny ciągu arytmetycznego (a_n) , jeśli:
 - a) $a_2 + a_5 = 7$, $a_3 + a_8 = 11$,
 - b) $a_4 = 6$, $S_5 = 20$.
- 12) Wyznacz dwunasty wyraz ciągu (a_n) , jeżeli suma jego n początkowych wyrazów wynosi $S_n = 2n^2 - n$.
- 13) Lewa strona równania $2 + 5 + 8 + \dots + x = 126$ jest sumą kilku początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego. Oblicz x .
- 14) Oblicz sumę wszystkich liczb dwucyfrowych dodatnich, które przy dzieleniu przez 3 dają resztę 2.
- 15) Obwód trójkąta prostokątnego, którego boki tworzą ciąg arytmetyczny, wynosi 12cm. Oblicz jego pole.
- 16) Zbadaj, czy liczby: $\sqrt{2} + \sqrt{3}$, -1 , $\sqrt{3} - \sqrt{2}$ tworzą ciąg geometryczny.
- 17) Zbadaj, który z ciągów jest ciągiem geometrycznym:
 - a) $a_n = 3n - 1$
 - b) $b_n = 2 \cdot 3^n$.
- 18) Dla jakich wartości x ciąg liczb $x + 8$, $x - 4$, $x - 8$ jest ciągiem geometrycznym?
- 19) W ciągu geometrycznym wyraz czwarty wynosi 10, zaś szósty 40. Oblicz trzeci wyraz tego ciągu.
- 20) Pomiedzy liczby 96 oraz 3 „wstaw” cztery liczby tak, aby wraz z danymi tworzyły kolejne wyrazy ciągu geometrycznego.
- 21) Wyznacz czterowyrazowy ciąg geometryczny, wiedząc że iloczyn wyrazów skrajnych tego ciągu równa się 27, a suma kwadratów dwóch pierwszych wyrazów wynosi 10.
- 22) Oblicz sumę ośmiu początkowych wyrazów ciągu geometrycznego (a_n) , w którym $a_3 = -3$, $a_5 = -12$.
- 23) Wyznacz wzór ogólny ciągu geometrycznego o ilorazie 3, w którym suma pięciu początkowych wyrazów wynosi 363.
- 24) Między liczby 3 i x wstawiono liczbę y , tak, że liczby $3, y, x$ tworzą ciąg arytmetyczny. Jeżeli liczbę y pomniejszymy o 6, to liczby $3, y-6, x$ utworzą ciąg geometryczny. Oblicz liczby x i y .
- 25) Pomiedzy liczby 2 oraz 9 „wstaw” dwie liczby, tak aby pierwsze trzy były kolejnymi wyrazami ciągu arytmetycznego, a trzy ostatnie kolejnymi wyrazami ciągu geometrycznego.

V. Planimetria.

- 1) Oblicz pole trójkąta ABC, A(-5,0), B(0,-3), C(2, 3).
- 2) W trójkąt równoramienny o podstawie 12 i ramieniu długości 10 wpisano okrąg. Oblicz pole trójkąta i promień tego okręgu.
- 3) Oblicz promień okręgu opisanego na trójkącie prostokątnym, którego przyprostokątne mają długości 2 i 12 cm.
- 4) Stosunki długości trzech kolejnych boków czworokąta PQRS opisanego na okręgu są równe 1: 2: 4. Oblicz długości boków tego czworokąta, wiedząc, że jego obwód jest równy 50 cm.
- 5) W czworokącie ABCD miary kolejnych jego kątów wewnętrznych opisane są wyrażeniami: $2\alpha - 20^\circ$, $2\alpha + 10^\circ$, $3\alpha - 50^\circ$ oraz $120^\circ - \alpha$. Oblicz miary kątów tego czworokąta oraz sprawdź, czy na tym czworokącie można opisać okrąg.
- 6) Promień okręgu wpisanego w trapez równoramienny ma długość 2cm, a miara kąta pomiędzy ramieniem trapezu a jego dłuższą podstawą wynosi 30° . Oblicz pole tego trapezu.
- 7) Stosunek odpowiednich boków dwóch wielokątów podobnych jest równy 5:7. Pole mniejszego wielokąta jest równe 50 cm^2 . Oblicz pole większego wielokąta.
- 8) Wyznacz pole trójkąta prostokątnego, wiedząc że wysokość poprowadzona z wierzchołka kąta prostego podzieliła przeciwprostokątną na dwa odcinki o długości: 3 cm i 4 cm.
- 9) W trójkącie ABC boki mają długości: 9 cm, 15 cm, 12 cm. Trójkąt A'B'C' o obwodzie 24 cm jest podobny do trójkąta ABC. Oblicz długości boków trójkąta A'B'C'.
- 10) Dany jest trójkąt ABC o bokach: 6,8,12. Trójkąt A'B'C' ma najdłuższy bok równy 16 i jest podobny do trójkąta ABC.
 - a) Jaka jest skala podobieństwa?
 - b) Oblicz obwód trójkąta A'B'C'
- 11) Długości boków prostokąta są równe 2 i 3cm. Oblicz długości boków prostokąta do niego podobnego, jeżeli wiesz, że jego pole jest równe 54 cm^2 .
- 12) Znajdź obraz okręgu $(x+1)^2 + (y-2)^2 = 9$ w jednokładności o środku S(0,1) i skali $k = -2$.

- 13) Sprawdź, czy przekształcenie określone wzorem: $P((x, y)) = (-x, 2y + 1)$ jest izometrią.
- 14) Oblicz pole trójkąta ABC, gdy $A(-5, 0)$, $B(0, -3)$, $C(2, 3)$.
- 15) Na trójkącie ABC opisano okrąg o promieniu $R = 5$. Oblicz długość boku AB trójkąta ABC, mając dane: kąt $CAB = 126^\circ$ i kąt $ABC = 24^\circ$.
- 16) Długości boków równoległoboku są równe $3\sqrt{2}$ i $\sqrt{2}$, a kąt zawarty między nimi wynosi 30° . Wyznacz długości obu przekątnych równoległoboku.
- 17) Jakim trójkątem jest trójkąt o bokach długości 2, 3 i 4cm. Oblicz jego pole.
- 18) Dany jest trójkąt równoboczny ABC o boku długości 2. Oblicz $\vec{AD} \circ 2\vec{BC}$ oraz $\vec{AD} \circ \frac{1}{2}\vec{AC}$, gdzie AD jest wysokością trójkąta ABC.
- 19) Dane są punkty: $A(1, 1)$, $B(k, 2)$ i $C(2, k^2)$. Dla jakich wartości parametru k wektory \vec{AB} i \vec{AC} są prostopadłe, a dla jakich równoległe?